НОВОСИБИРСКИЙ ИНСТИТУТ МОНИТОРИНГА И РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

Анализ типичных ошибок, допущенных участниками диагностики образовательных достижений в 9 классах по учебному предмету «Математика»

НОВОСИБИРСК 2024

Назначение диагностической работы: **определить готовность обучающихся 9 классов к сдаче основного государственного экзамена по математике.**

Варианты диагностической работы соответствуют спецификации контрольных измерительных материалов для проведения основного государственного экзамена по математике и кодификатору проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы основного общего образования и элементов содержания для проведения основного государственного экзамена по математике.

Открытый банк заданий ОГЭ (https://fipi.ru/oge/otkrytyy-bank-zadaniy-oge) на сайте ФГБНУ «ФИПИ».

Спецификация КИМ для проведения в 2024 году ОГЭ по математике

Номер задания	1-19	20	21	22	23	24	25
Уровень сложности	Б	П	П	В	П	П	В
Максимальный балл за каждое задание	1	2	2	2	2	2	2

Система формирования суммарного первичного балла

Максимальное количество баллов		
За часть 1	За часть 2	За работу в целом
19	12	31

Приложение 1 к письму
Рособрнадзора от 21.02.2024 № 04-48

Рекомендации по определению минимального количества первичных баллов основного государственного экзамена (ОГЭ) в 2024 году

Таблица 3

Шкала перевода суммарного первичного балла за выполнение экзаменационной работы в отметку по пятибалльной системе оценивания

Отметка по пятибалльной системе оценивания	«2»	«3»	«4»	«5»
Суммарный первичный балл за работу в целом	0 – 7	8 – 14, из них не менее 2 баллов получено за выполнение заданий по геометрии	15 – 21, из них не менее 2 баллов получено за выполнение заданий по геометрии	22 – 31, из них не менее 2 баллов получено за выполнение заданий по геометрии

Задания части 1

При проверке базовой математической компетентности обучающиеся должны продемонстрировать владение основными алгоритмами, знание и понимание ключевых элементов содержания (математических понятий, их свойств, приемов решения задач и пр.), умение пользоваться математической записью, применять знания к решению математических задач, не сводящихся к прямому применению алгоритма, а также применять базовые математические знания в практических ситуациях.

Алгебраические задания

Часть 1
Базовый уровень сложности
6 Найдите значение выражения $\frac{21}{5}:\frac{6}{7}$. Ответ: ___________________________.

Комментарий

Необходимо знать правило деления обыкновенных дробей, уметь переводить обыкновенную дробь в десятичную.

Алгебраические задания

Часть 1
Базовый уровень сложности
8 Найдите значение выражения $\left(\sqrt{17}-6\right)^2+12\sqrt{17}$. Ответ: ___________________________.

Комментарий

Необходимо знать формулу квадрата разности, свойства корней, уметь приводить подобные слагаемые.

Алгебраические задания

Часть 1
Базовый уровень сложности
9 Решите уравнение $x^2 + 24 = 10x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.   Ответ: ______________________________.

Комментарий

Необходимо знать формулы для нахождения корней квадратного уравнения (даны в справочных материалах).

Алгебраические задания

Часть 1
Базовый уровень сложности

12 Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S=\frac{d_1 d_2 \sin\alpha}{2}$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_1, если $d_2=16$, $\sin\alpha=\frac{2}{5}$, а $S=12{,}8$.

Ответ: ___________________________.

Комментарий

Необходимо уметь переводить десятичную дробь в обыкновенную и наоборот, выполнять действия с десятичными и обыкновенными дробями.

Алгебраические задания

Часть 1
Базовый уровень сложности

13 Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} -48+6x>0, \\ 6-5x>-4. \end{cases}$$

1) $(2;8)$
2) $(-\infty;2)$
3) нет решений
4) $(8;+\infty)$

Ответ: $\boxed{}$

Комментарий

Необходимо знать правила решения линейных неравенств, уметь находить общее решение системы неравенств и записывать его в виде промежутков.

Справочные материалы по математике в варианте КИМ, необходимые для решения алгебраических задач части 1

Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

Формулы сокращённого умножения:

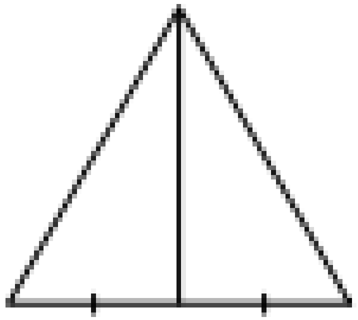
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b).$$

Геометрические задания

Часть 1
Базовый уровень сложности
15 Сторона равностороннего треугольника равна $14\sqrt{3}$. Найдите медиану этого треугольника.   Ответ: ___________________________.



Комментарий

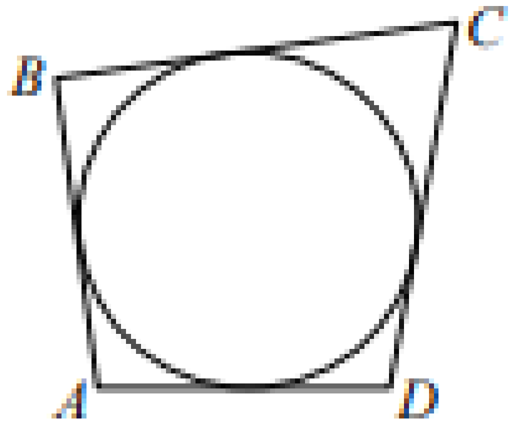
Геометрическая задача на нахождение геометрических величин.

Необходимо знать свойство медианы равностороннего треугольника, теорему Пифагора или соотношения в прямоугольном треугольнике (даны в справочных материалах).

Геометрические задания

Часть 1
Базовый уровень сложности

16 Четырёхугольник $ABCD$ описан около окружности, $AB=5$, $BC=9$, $CD=16$. Найдите AD.



Ответ: ____________________________.

Комментарий

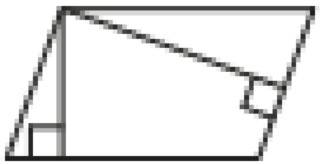
Геометрическая задача на нахождение геометрических величин.
Необходимо знать свойство описанного многоугольника.

Геометрические задания

Часть 1

Базовый уровень сложности

17 Площадь параллелограмма равна 48, а две его стороны равны 8 и 16. Найдите его высоты. В ответе укажите меньшую высоту.



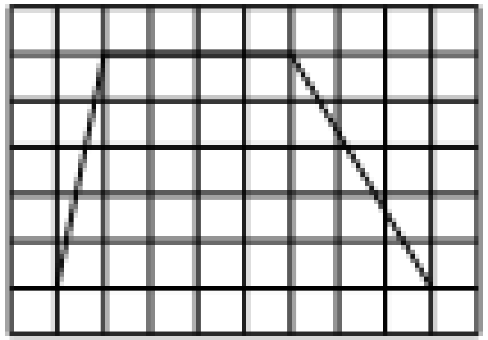
Ответ: ____________________.

Комментарий

Геометрическая задача на нахождение геометрических величин.

Необходимо знать формулу для вычисления площади параллелограмма (дана в справочных материалах).

Геометрические задания

Часть 1
Базовый уровень сложности
18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите длину её средней линии.  Ответ: ___________________________.

Комментарий

Геометрическая задача на нахождение геометрических величин.

Необходимо знать свойство средней линии трапеции (дано в справочных материалах).

Геометрические задания

Часть 1
Базовый уровень сложности

19 Какие из следующих утверждений верны?

1) Любые два диаметра окружности пересекаются.
2) Две прямые, перпендикулярные третьей прямой, перпендикулярны.
3) Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует.

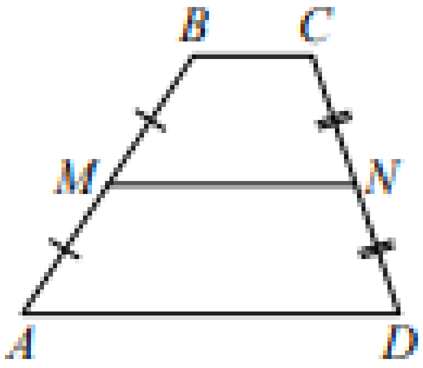
В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: ____________________________.

Комментарий

Геометрическая задача на умение распознавать истинные и ложные высказывания. Необходимо знать понятие диаметра окружности, свойство перпендикулярности прямых, неравенство треугольника.

Справочные материалы по математике в варианте КИМ, необходимые для решения геометрических задач части 1



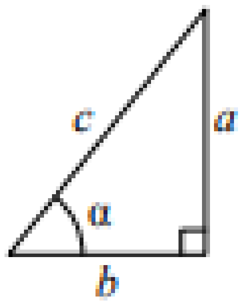
$BC \parallel AD$

MN — ср. лин.

$MN \parallel AD$

$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

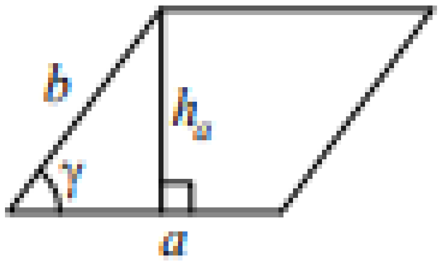
$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Площади фигур

Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab\sin\gamma$$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin\alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	−1	0
$\cos\alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	−1	0	1
$\operatorname{tg}\alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Задания части 2

Задания *части* 2 направлены на проверку владения материалом на повышенном уровне. Их назначение – дифференцировать хорошо успевающих школьников по уровням подготовки, выявить наиболее подготовленную часть выпускников, составляющую потенциальный контингент профильных классов.

Эти части содержат задания повышенного уровня сложности из различных разделов курса математики. Все задания требуют записи решений и ответа. Задания расположены по нарастанию трудности – от простых к сложным, предполагающим свободное владение материалом и высокий уровень математической культуры.

Все задания второй части носят комплексный характер. Они позволяют проверить способность к соединению знаний из различных тем школьного курса, владение широким набором приемов и способов рассуждений, а также умение грамотно записать решение.

Задания части 2

Требования к выполнению заданий с развернутым ответом:

- **решение должно быть математически грамотным и завершенным;**
- **из решения должен быть понятен ход рассуждений;**
- **в решении могут быть даны краткие пояснения без подробного описания известных алгоритмов;**
- **в решении можно использовать без доказательства и обоснований утверждения и факты, содержащиеся в действующих учебниках.**

При оценивании заданий с развернутым ответом учитывается:

- **математическая грамотность и полнота данного решения;**
- **грамотность и истинность утверждений и формулировок, данных в решении.**

Задания с развернутым ответом (часть 2)

20

Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x^2+y^2=36, \\ 8x^2+4y^2=36x. \end{cases}$

Ответ: $(4;2)$; $(4;-2)$.

Способы решения системы уравнений, представленные в диагностической работе

20.1

$$\begin{cases} 2x^2+y^2=36 \\ 8x^2+4y^2=36x \end{cases}$$

$$4(2x^2+y^2)=36x$$

$$4\cdot 36=36x$$

$$x=4$$

$$2\cdot 4^2+y^2=36$$

$$y^2=36-32$$

$$y=\pm\sqrt{4}$$

$$y=\pm 2$$

Ответ: $(4;2);(4;-2)$

20.2

$$\begin{cases} 2x^2+y^2=36 \\ 8x^2+4y^2=36x \end{cases}$$

$$2x^2+y^2=36$$

$$y^2=36-2x^2$$

$$8x^2+4(36-2x^2)=36x$$

$$8x^2+144-8x^2-36x=0$$

$$-36x=-144 \quad /:-36$$

$$x=4$$

$$y^2=36-2\cdot 4^2$$

$$y^2=36-32$$

$$y^2=4$$

$$y=\pm 2$$

$$\boxed{\text{Ответ: } 4;2;-2.}$$

20.3

$$\begin{cases} 2x^2+y^2=36 \quad |\cdot 4 \\ 8x^2+4y^2=36x \end{cases}$$

$$-\begin{cases} 8x^2+4y^2=144 \\ 8x^2+4y^2=36x \end{cases}$$

$$8x^2+4y^2-(8x^2+4y^2)=144-36x$$

$$\cancel{8x^2}+\cancel{4y^2}-\cancel{8x^2}-\cancel{4y^2}=144-36x$$

$$36x=144$$

$$x=4$$

$$\begin{cases} x=4 \\ 8\cdot 4^2+4y^2=36\cdot 4 \end{cases};\quad \begin{cases} x=4 \\ 8\cdot 16+4y^2=36\cdot 4 \end{cases};\quad \begin{cases} x=4 \\ 128+4y^2=144 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x=4 \\ 4y^2=144-128 \end{cases};\quad \begin{cases} x=4 \\ 4y^2=16 \end{cases};\quad \begin{cases} x=4 \\ 4y^2=16 \quad |:4 \end{cases};\quad \begin{cases} x=4 \\ y^2=4 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x=4 \\ y=\pm 2 \end{cases}$$

Ответ: $(4;2)$ и $(4;-2)$

Типичные ошибки при решении системы уравнений

20.4

1. $\begin{cases} 5x^2+y^2=61 \\ 15x^2+3y^2=61x \end{cases}$ $\quad |\cdot(-3)\ (1)$

$\begin{cases} -15x^2+-3y=-183 \\ 15x^2+3y^2=61x \end{cases}$ сл. сложения

$\boxed{-183=61x}$

$-61x=183$

$x=-3$

подставим в (1)

$5\cdot(-3)^2+y^2=61$

$5\cdot 9+y^2=61$

$\boxed{54}+y^2=61$

$\boxed{\begin{matrix} y^2=7 \\ y=\pm 3{,}5 \end{matrix}}$

Ответ: $(-3;\ 3{,}5)\ (-3;\ -3{,}5)$

20.5

$\begin{cases} 3x^2+2y^2=45 \\ 9x^2+6y^2=45x \end{cases}$ $\quad |\cdot(-3)$

Решим систему методом сложения

$\begin{cases} -9x^2-6y^2=-135 \\ 9x^2+6y^2=45x \end{cases}$

$0=-135+45x$

$135=45x$

$x=3$

$\boxed{\text{Ответ: } x=3.}$

НЕ вычислительные ошибки при решении системы уравнений

20.6

$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 36 \\ 8x^2 + 4y^2 = 36x \quad |:4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 36 \\ 2x^2 + y^2 = 9x \end{cases}$$

$$9x = 36$$

$$x = 4$$

$$y^2 = 36 - 2x^2$$

$$y^2 = 36 - 2 \cdot 4^2$$

$$y^2 = 36 - 32$$

$$\boxed{\begin{matrix} y^2 = 4 \\ y = 2 \end{matrix}}$$

Ответ: $x = 4$; $y = 2$

20.7

$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 36 \\ 8x^2 + 4y^2 = 36x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 = 36 - 2x^2 \\ 8x^2 + 4(36 - 2x^2) = 36x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 = 36 - 2x^2 \\ 8x^2 + 144 - 8x^2 = 36x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 = 36 - 2x^2 \\ 36x = 144 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 = 36 - 2x^2 \\ x = 4 \end{cases}$$

~~Подстава~~ Подставим значение $x = 4$ в уравнение $y^2 = 36 - 2x^2$:

$$y^2 = 36 - 2 \cdot 4^2;$$

$$\boxed{\begin{matrix} y^2 = 36 - 32 = 4 \\ y = 2 \end{matrix}}$$

$$(4; 2)$$

Ответ: $(4; 2)$

НЕ вычислительные ошибки при решении системы уравнений

20.8

$$\begin{cases} 5x^2 + y^2 = 61 & | \cdot (-3) \\ 15x^2 + 3y^2 = 61x \end{cases}$$

$$+\begin{cases} -15x^2 - 3y^2 = -183 \\ 15x^2 + 3y^2 = 61x \end{cases}$$

$$\boxed{-183 = 61x \quad (1)}$$

$-183 = 61x$

$x = -3$

(2) $5x^2 + y^2 = 61$

$5 \cdot (-3)^2 + y^2 = 61$

$5 \cdot 9 + y^2 = 61$

$\cancel{40}\ 45 + y^2 = 61$

$y^2 = 61 - 45$

$$\boxed{\begin{aligned} y^2 &= 16 \\ y &= \pm 4 \end{aligned}}$$

Ответ: ~~4; 3; 4~~ $y = \pm 4$; $x = -3$

НЕ вычислительные ошибки при решении системы уравнений

20.9

$$\begin{cases} 2x^2+y^2=36 \\ 8x^2+4y^2=36x \,|:(-4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2+y^2=36 \\ -2x^2-y^2=-9x \end{cases}$$

Выразим переменную y^2

$y^2=-2x^2+36$

Подставим значение переменной y^2 во второе уравнение

$-2x^2-(-2x^2+36)=-9x$

Раскроем скобки

$-2x^2\boxed{-2x^2}-36=-9x$

$-4x^2-36=-9x$

Перенесём всё в левую часть

$-4x^2+9x-36=0$

Решим квадратное уравнение через дискриминант

$D=b^2-4ac=81-4\cdot(-4)\cdot(-36)=81-676=-595$

Типичные ошибки при решении системы уравнений

20.10

№20.

Решим систему методом подстановки.

$$\begin{cases} 2x^2+y^2=36 \\ 8x^2+4y^2=36x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x^2+y^2=36 \\ 8x^2+4y^2=36x \mid :4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x^2+y^2=36 \\ 2x^2+y^2=9x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x^2+y^2=36 \\ 36=9x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4 \\ 2\cdot 4^2+y^2=36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=2. \end{cases}$$

$36=9x$

$9x=36$

$x=36:9$

$x=4$

$2\cdot 4^2+y^2=36$

$2\cdot 16+y^2=36$

$32+y^2=36$

$y^2=36-32$

$y^2=4$

$\boxed{y=\sqrt{4}}$

$\boxed{y=\pm 2}$

Ответ: $(4;-2);(4;2)$.

Ошибочные записи решения системы уравнений

20.11

$$\begin{cases} 3x^2+2y^2=45 \\ 9x^2+6y^2=45x \quad |:3 \end{cases} \qquad - \begin{cases} 3x^2+2y^2=45 \\ 3x^2+2y^2=15x \end{cases}$$

$15x-45=0$

$15x=45$

$x=\frac{45}{15}$ $\quad \boxed{x=3}$

$3\cdot(3)^2+2y^2=45$

$3\cdot 9+2y^2=45$

$27+2y^2=45$

$2y^2=45-27$

$2y^2=18$

$y^2=\frac{18}{2}$

$y^2=9$

$y^2-9=0$

$(y+3)(y-3)=0$

$y+3=0$ или $y-3=0$

$\boxed{y=-3 \qquad y=3}$

$3x^2+2\cdot(-3)^2=45$

$3x^2+2\cdot 9=45$

$3x^2+18=45$

$3x^2=45-18$

$3x^2=27$

$x^2=\frac{27}{3}$

$x^2=9$

$x^2-9=0$

$(x+3)(x-3)=0$

$x+3=0$ или $x-3=0$

$x=-3 \qquad x=3$

?

Ответ: $3;-3$, $-3;3$

Ошибочные записи решения системы уравнений

20.12

$$\begin{cases} 5x^2+y^2=61, \\ 15x^2+3y^2=61x, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2+y^2=61, \\ 3y^2=61x-15x^2, \ |:3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2+y^2=61, \\ y^2=\dfrac{61x-15x^2}{3}, \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2+\dfrac{61x-15x^2}{3}=61, \ |\cdot 3 \\ y^2=\dfrac{61x-15x^2}{3}, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15x^2+61x-15x^2=183, \\ y^2=\cancel{61x}\ \dfrac{61x-15x^2}{3}. \end{cases}$$

Решим 1-ое уравнение системы:

$\cancel{15x^2}+61x-\cancel{15x^2}=183,$

$61x=183 \ |:61$

$\boxed{x=3}$

Решим 2-ое уравнение системы:

$y^2=\dfrac{61\cdot 3-15\cdot 3^2}{3},$

$y^2=\dfrac{183-15\cdot 9}{3},$

$y^2=\dfrac{183-135}{3}=\dfrac{48}{3}=16,$

$\boxed{y=\pm\sqrt{16}=\pm 4}$

~~Решим~~ Найдём все значения x:

$5x^2=61-16,$

$5x^2=45, \ |:5$

$x^2=9$

$x=\pm\sqrt{9}=\pm 3.$

Ответ: $y=\pm 4$; $x=\pm 3$

?

Возможные варианты записи решения системы уравнений

20.13

$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 36 \\ 8x^2 + 4y^2 = 36x \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x^2 + y^2 = 36 \\ 4(2x^2 + y^2) = 36x, \end{cases}$$

из этой системы уравнений получаем:

$36 = 36x : 4$

$x = 4.$

Найдём y, подставив значение x в одно из уравнений системы:

$2 \cdot 4^2 + y^2 = 36$

$32 + y^2 = 36$

$y^2 = 4$

$y_1 = 2$

$y_2 = -2$

$(4; -2)$ и $(4; 2)$ - решение системы уравнений

Ответ: $(4; -2)$ и $(4; 2)$.

Задания с развернутым ответом (часть 2)

21 Свежие фрукты содержат 88% воды, а высушенные — 16%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 31 кг высушенных фруктов?

Ответ: 217 кг.

Возможные варианты записи решения текстовой задачи

21.1

Найдём процентное отношение сухой составляющей в свежих фруктах:

100% - 88% = 12% - сухой составляющей в свежих фруктах.

Найдём процентное отношение сухой составляющей в высушенных фруктах:

100% - 16% = 84% - сухой составляющей в высушенных фруктах.

Сухого составляющего в свежих и высушенных фруктах равное количество.

Возможные варианты записи решения текстовой задачи

21.1

Найдём количество сухого составляющего в 31 кг высушенных фруктов:

$31 \cdot 0,84 = 26,04$ кг сухой массы.

26,04 кг сухой массы содержится и в свежих фруктах для получения 31 кг высушенных фруктов.

Составим пропорцию, где x – общее количество свежих фруктов, необходимых для получения 31 кг высушенных фруктов:

$$\frac{12}{26,04} = \frac{100}{x}$$

$$12x = 2604$$

$$x = 217$$

217 кг свежих фруктов потребуется.

Ответ: 217 кг

Возможные варианты записи решения текстовой задачи

21.2 Свежие фрукты содержат 84% воды, а высушенные — 29%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 32 кг высушенных фруктов?

Пусть изначально было x кг. свежих фруктов.
Тогда $0{,}84x$ кг. воды в св. фруктах, и $0{,}16$ кг. мякоти.
Зная, что сушённых фруктов получилось 32 кг,
а $(0{,}29 \cdot 32)$ кг. — воды в выс. фруктах,
Составим и решим уравнение:

$$0{,}16x = 32 - 0{,}29 \cdot 32$$

$$0{,}16x = 32 - 9{,}28$$

$$0{,}16x = 22{,}72$$

$$x = \frac{22{,}72}{0{,}16}$$

$$x = 142$$

Ответ: 142 кг.

Возможные варианты записи решения текстовой задачи

21.3 Свежие фрукты содержат 84% воды, а высушенные — 28%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 52 кг высушенных фруктов?

сухого вещества в высушенных фруктах 72% =>

100% – 52 кг

72% – x $\quad x = \frac{52 \cdot 72}{100} = \frac{26 \cdot 36}{25} = 37{,}44$ кг (сух. вещества)

37,44 кг – 100–84 %

x кг – 100 $\quad x = \frac{3744}{16} = 234$ кг

Ответ: 234 кг

Возможные варианты записи решения текстовой задачи

21.4 Свежие фрукты содержат 84% воды, а высушенные — 28%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 52 кг высушенных фруктов?

Найдем сухую часть высуш. фруктов

$\cancel{A_c = 52 \cdot 0,28}$ $m_c = \frac{52 \cdot (100-28)}{100} = \frac{52 \cdot 72}{100} = 37,44$ (кг)

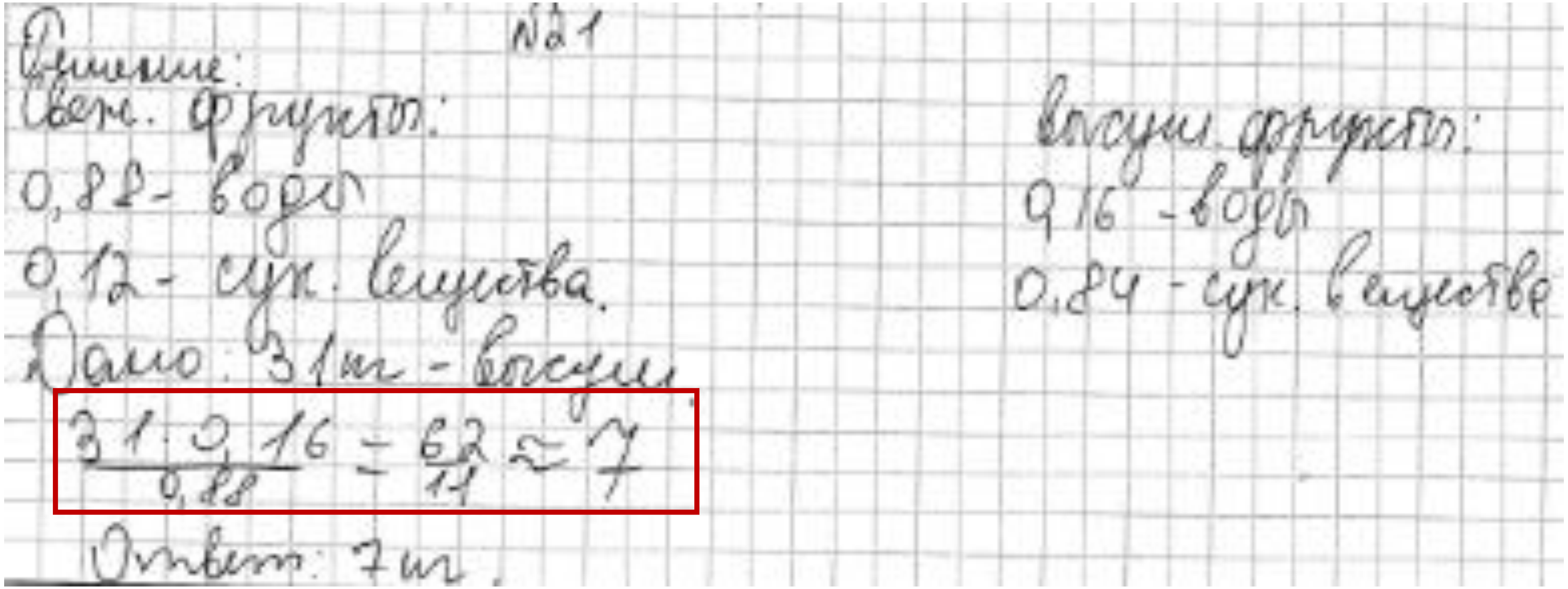
37,44 кг составляет (100 − 84)% от свежих фруктов

$m_{сф} = 37,44 : 0,16 = 234$ кг

Ответ: 234 кг

Ошибочные варианты записи решения текстовой задачи

21.5 Свежие фрукты содержат 88% воды, а высушенные — 16%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 31 кг высушенных фруктов?


№21

Решение:

Свеж. фруктов:

0,88 - воды

0,12 - сух. вещества

Высуш. фруктов:

0,16 - воды

0,84 - сух. вещества

Дано: 31кг - высуш.

$$\boxed{\frac{31 \cdot 0{,}16}{0{,}88} = \frac{62}{11} \approx 7}$$

Ответ: 7кг.

Ошибочные варианты записи решения текстовой задачи

21.6 Свежие фрукты содержат 88% воды, а высушенные — 16%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 31 кг высушенных фруктов?

При сушке фруктов испаряется вода, а сухое вещество (продукт) остается неизменным

т.е

	Вода	Сух. в-во
Сухофрукты	17%	83%
Свежие	78%	22%

Рассмотрим 1000 г свежих фруктов:

1000 г → 78% воды = 780 г

→ 22% сух. в-во = 220 г

Ошибочные варианты записи решения текстовой задачи

21.6

220 г в цукат фрукте = 83%

Составим пропорцию:

220 = 83%

X = 100%

220 · 100 = 83x

22000 = 83x |:83

$\boxed{X \approx 265 г}$

т.е из 1 кг ~~цукоф~~ свежих фруктов получим 0,265 кг цукофруктов

=> 44 кг = 44000 г

т.е 1 · 166 = 0,265 · 166

$\boxed{Ответ: 166}$

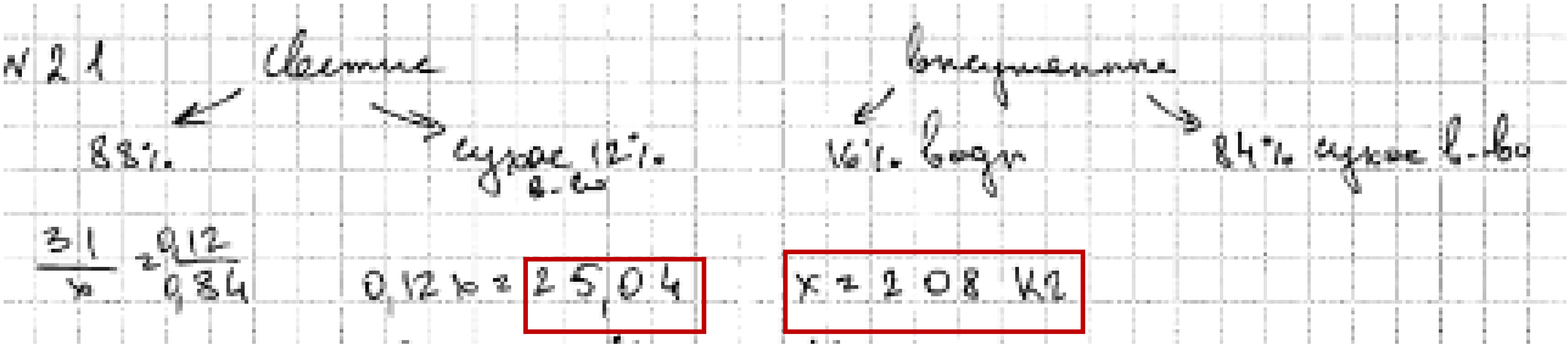
$$\boxed{\begin{array}{r|l} 22000 & 83 \\ \cline{2-2} -166 & 265,06 \\ \cline{1-1} 540 & \\ -498 & \\ \cline{1-1} 420 & \\ -415 & \\ \cline{1-1} 500 & \\ -498 & \\ \cline{1-1} 2 & \end{array}}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 83 \\ 2 \\ \hline 166 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 83 \\ 6 \\ \hline 498 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 83 \\ 5 \\ \hline 415 \end{array}$$

$$\boxed{\begin{array}{r|l} 44000 & 265 \\ \cline{2-2} -265 & 166 \\ \cline{1-1} 1750 & \\ -1590 & \\ \cline{1-1} 1600 & \\ -1590 & \\ \cline{1-1} 10 & \end{array}}$$

Вычислительные ошибки в решении текстовой задачи

21.7 Свежие фрукты содержат 88% воды, а высушенные — 16%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 31 кг высушенных фруктов?



Задания с развернутым ответом (часть 2)

22 Постройте график функции

$$y=\begin{cases} x^2-6x+6 & \text{при} \quad x\ge 2, \\ x-3 & \text{при} \quad x<2. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Ответ: $m=-3$; $-2<m<-1$.

Возможные варианты записи решения графической задачи

22.1

$$y = \begin{cases} x^2 - 6x + 6 & \text{при } x \geqslant 2 \quad (1) \\ x - 3 & \text{при } x < 2 \quad (2) \end{cases}$$

(1) $y = x^2 - 6x + 6$ при $x \geqslant 2$

график – парабола, ветви ↑ т. к. $a > 0$

$x_0 = \frac{-6}{2a} = \frac{6}{2} = 3$ $\qquad$ $(3; -3)$ – вершина параболы

$y_0 = 3^2 - 6 \cdot 3 + 6 = 9 - 18 + 6 = -3$

$y = 0 \qquad x^2 - 6x + 6 = 0$

$D = b^2 - 4ac = 36 - 24 = 12$ $\qquad$ 2 корня

$x = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

$x = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{6 - \sqrt{12}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

Возможные варианты записи решения графической задачи

22.1

$x=0 \quad y=0^2-6\cdot 0+6$

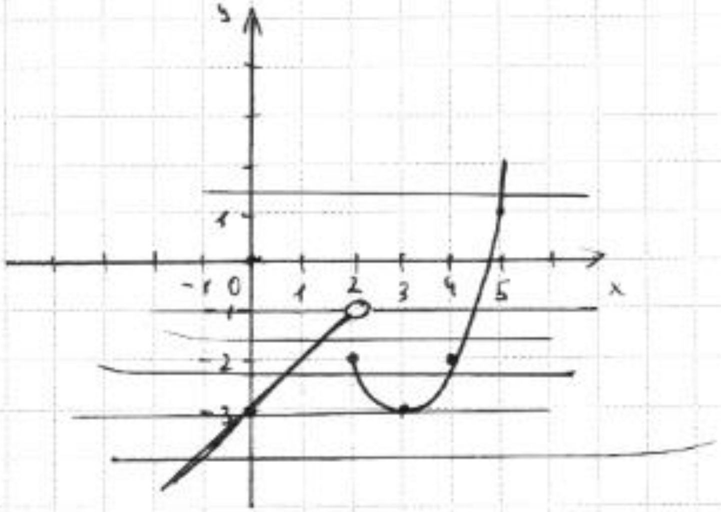
$y=6$

x	5	4	2
y	1	−2	−2

(2) $y=x-3$ при $x<2$

график − прямая

x	0	2
y	−3	−1



Прямая $y=m$ имеет с графиком одну общую точку при $m\in(-\infty;-3)\cup(-1;+\infty)$

прямая $y=m$ имеет с графиком две общие точки при $m\in(-2;-1)\cup\{-3\}$

прямая $y=m$ имеет с графиком три общие точки при $m\in(-3;-2]$

Ответ: $(-2;-1)\cup\{-3\}$

Ошибочные записи решения графической задачи

22.2

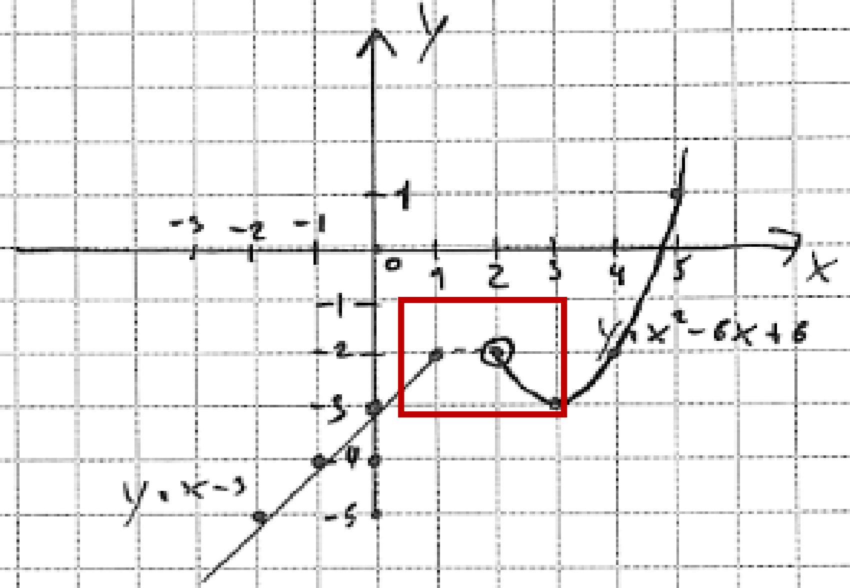
$$y = \begin{cases} x^2 - 6x + 6, & \text{при } x \geq 2 \\ x - 3, & \text{при } x < 2 \end{cases}$$

$y = x^2 - 6x + 6$, $x \geq 2$

x	2	3	4	5
y	-2	-3	-2	1

$y = x - 3$, $x < 2$

x	1	0	-1	-2
y	-2	-3	-4	-5



Прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки при значении

$m = [-3]$ и $m = [0]$

Ответ: $[-3; 0]$

Ошибочные записи решения графической задачи

22.3 Постройте график функции

$$y=\begin{cases} x^2-6x+6 & \text{при} \quad x\ge 2, \\ x-3 & \text{при} \quad x<2. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

$$y=\begin{cases} x^2-6x+6 & \text{при} \quad x\geqslant 2, \\ x-3 & \text{при} \quad x<2. \end{cases}$$

1) $y=x^2-6x+6$ при $x\geqslant 2$ – квадратичная ф., график парабола

x	2	3	4
y	-2	-1	-2

$x_{в.}=3$
$y_{в.}=-1$

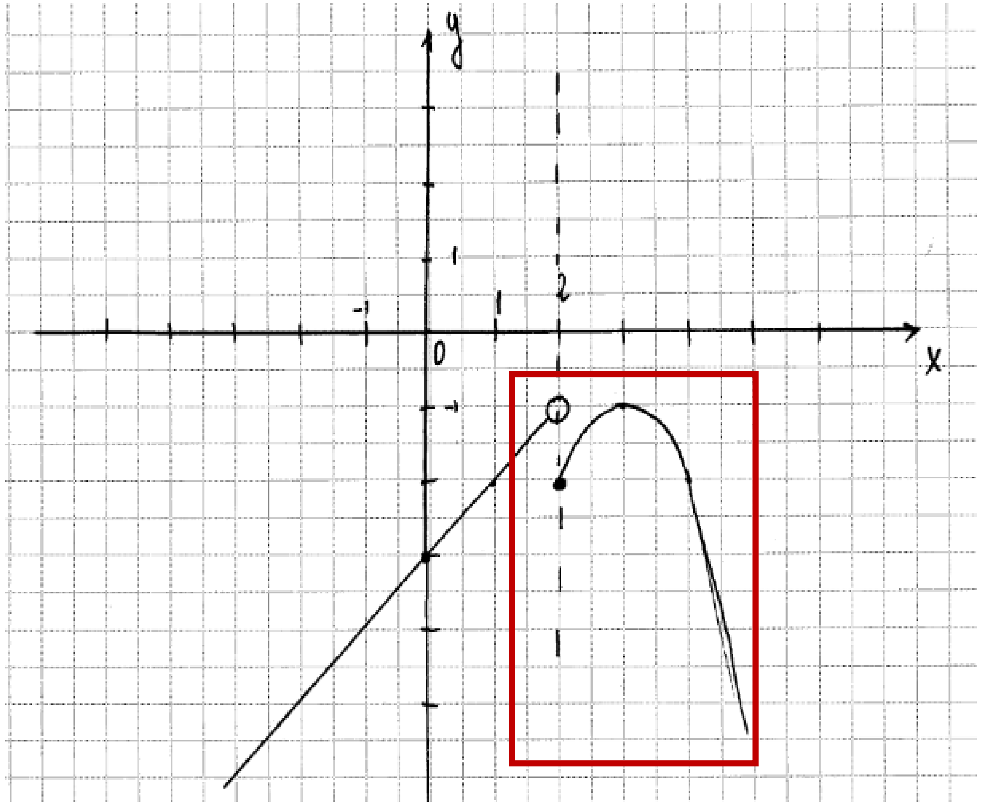
2) $y=x-3$ при $x<2$ график прямая

x	0	~~3~~	1
y	-3	~~0~~	-2

$(2;-1)$ – выколотая точка $(x<2)$

$y=m$ имеет с графиком 2 общие точки при $m\in(-\infty;-2)$

Ответ: $m\in(-\infty;-2)$



Ошибочные записи решения графической задачи

22.4 Постройте график функции

$$y=\begin{cases} x^2-6x+11 & \text{при } x \ge 2, \\ x+3 & \text{при } x<2. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Ответ: $m=2$; $3<m<5$.

$$y=\begin{cases} x^2-6x+11, & \text{при } x \geqslant 2 \quad (1) \\ x+3, & \text{при } x<2 \quad (2) \end{cases}$$

1) $y=x^2-6x+11$, парабола, ветви вверх $(a>0)$

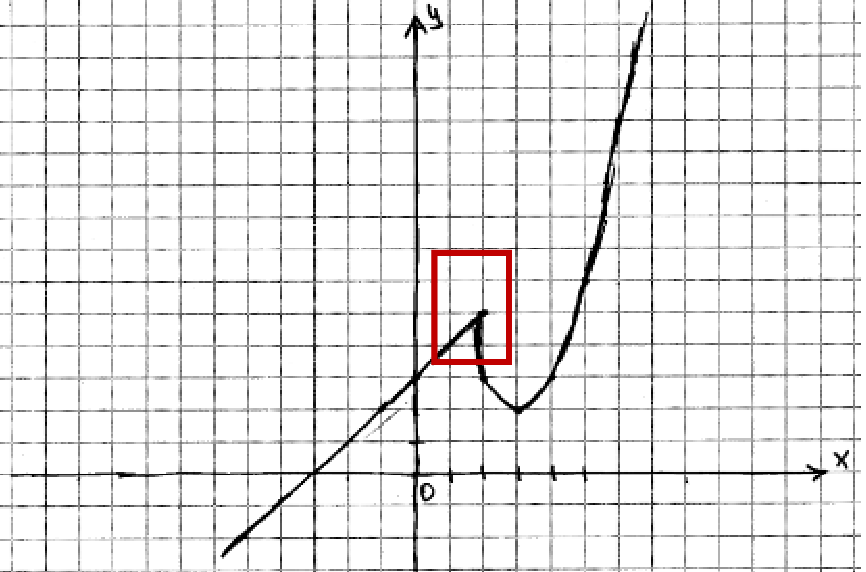
$x_0=\frac{6}{2}=3$ $\quad y_0=3^2-6\cdot3+11=9-18+11=-9+11=2$

$(3;2)$ – точка вершины

x	2	4	5	1	0
y	3	3	6	6	11

2) $y=x+3$, прямая

x	-1	0
y	2	3



Ответ: прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки при $m=2$; $\boxed{m=5}$

Ошибочные записи решения графической задачи

22.5

$$y = \begin{cases} x^2 - 6x + 11, & \text{при } x \geq 2 \\ x + 3, & \text{при } x < 2 \end{cases}$$

$y = x^2 - 6x + 11,\ x \geq 2$ (график: парабола)

x	3	2	4	1	5	0	6
y	2	3	3	6	6	11	11

$x_0 = \frac{-b}{2a} = 6/2 = 3$ $y = 1 - 6 + 11 = 6$

$y = 9 - 18 + 11 = 2$ $y = 25 - 30 + 11 = 6.$

$y = 4 - 12 + 11 = 3$ $y = 0 - 0 + 11 = 11$

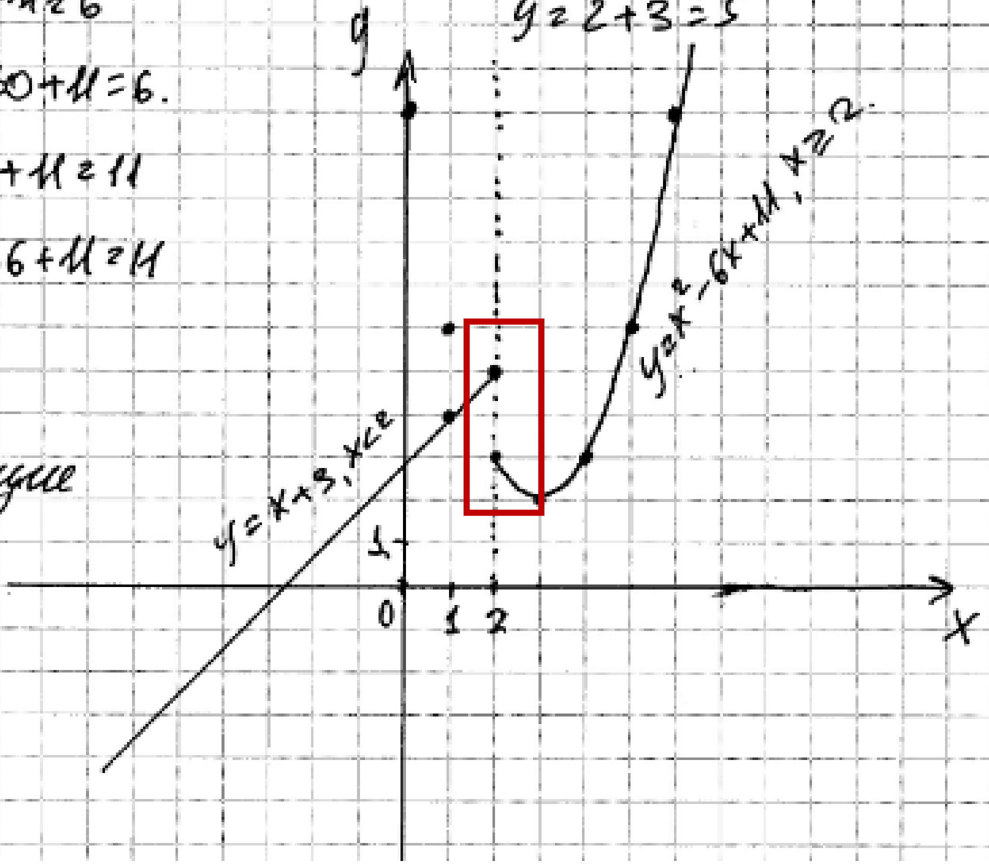
$y = 16 - 24 + 11 = 3$ $y = 36 - 36 + 11 = 11$

$y = x + 3,\ x < 2$ (график: прямая)

x	1	2
y	4	5

$y = 1 + 3 = 4$

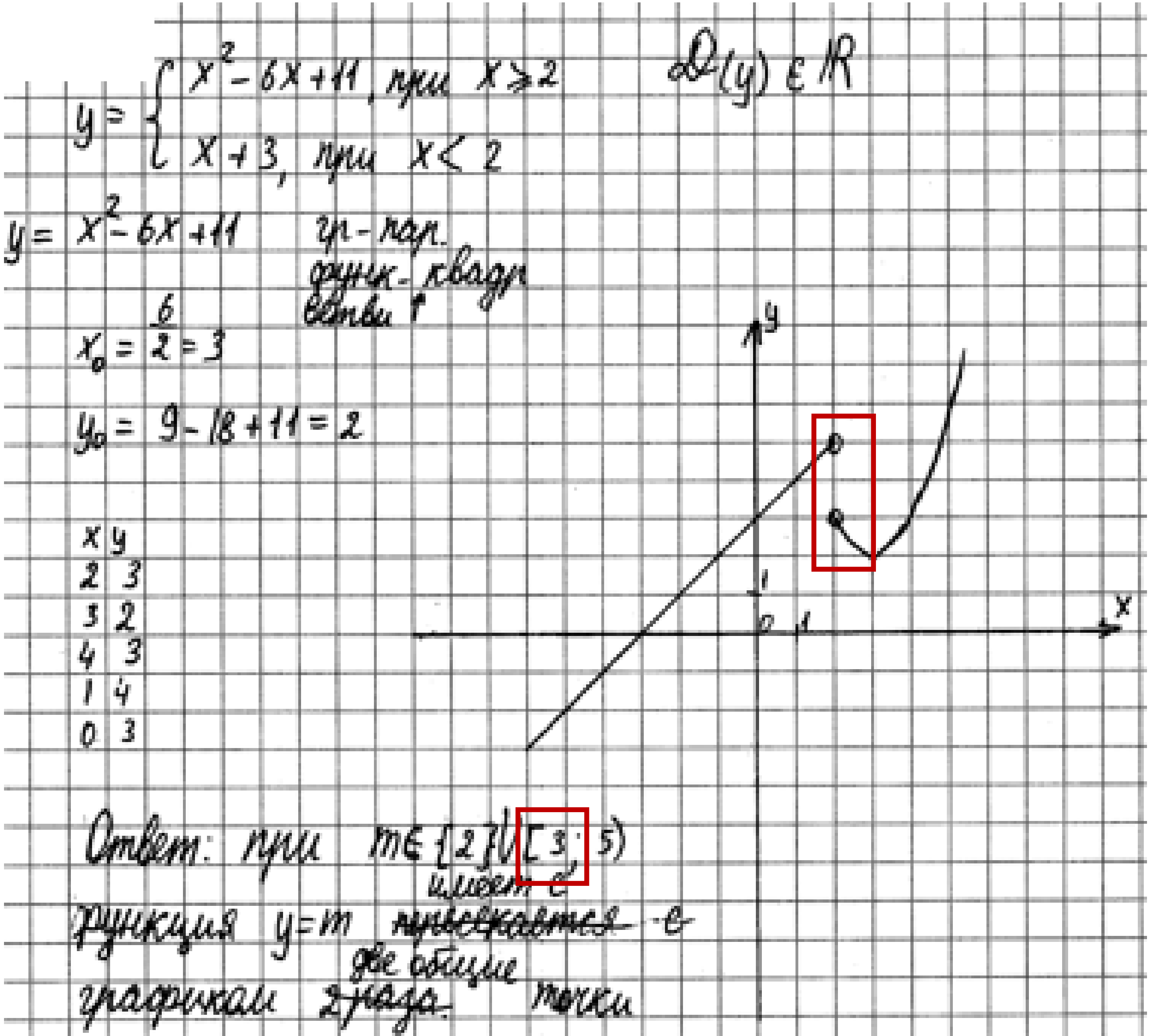
$y = 2 + 3 = 5$



прямая $y = m$ ~~не~~ имеет 2 общие точки с графиком, при $y \in \{2\} \cup (3; \boxed{5]}$

Ошибочные записи решения графической задачи

22.6



$$y = \begin{cases} x^2 - 6x + 11, \text{ при } x \geq 2 \\ x + 3, \text{ при } x < 2 \end{cases} \qquad D(y) \in R$$

$y = x^2 - 6x + 11$ гр - пар. функ- квадр ветви ↑

$x_0 = \frac{6}{2} = 3$

$y_0 = 9 - 18 + 11 = 2$

x	y
2	3
3	2
4	3
1	4
0	3

Ответ: при $m \in \{2\} \cup [3; 5)$ функция $y = m$ ~~пересекается~~ имеет с графиком ~~2 раза~~ две общие точки

Задания с развернутым ответом (часть 2)

23 Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN, если $MN=16$, $AC=20$, $NC=15$.

Ответ: 60.

Возможные варианты записи решения геометрической задачи

23.1 Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN, если $MN = 16$, $AC = 20$, $NC = 15$.

Ответ: 60.

Дано:

ΔABC

$a \parallel AC$

$MN = 16$

$AC = 20$

$NC = 15$

Найти BN

Решение:

$\Delta MBN \sim \Delta ABC$ по 2-ум углам ($\angle B$ - общий, $\angle BMN = \angle BAC$ как соответственные углы). Из подобия следует;

$$\frac{AC}{MN} = \frac{BC}{BN}$$

Представим BC как $BN + NC$, значит $BC = BN + 15$

$$\frac{AC}{MN} = \frac{BN+15}{BN}$$

$$\frac{20}{16} = \frac{BN+15}{BN}$$

$16BN + 240 = 20BN$

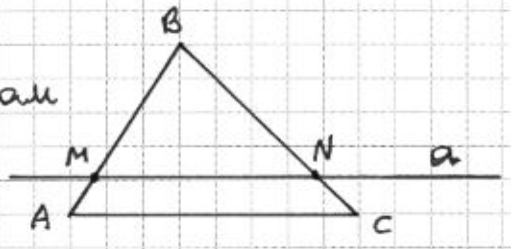
$-4BN = -240$

$BN = 60$

$BC = 60 + 15 = 75$

$BH = 60$

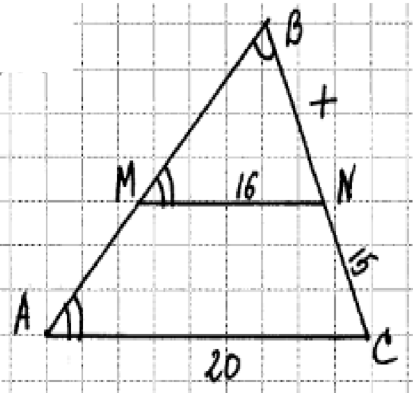
Ответ: 60



Возможные варианты записи решения геометрической задачи

23.2 Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN, если $MN = 16$, $AC = 20$, $NC = 15$.

Ответ: 60.



Дано:

$\triangle ABC$

$MN \parallel AC$

$MN = 16$, $AC = 20$, $NC = 15$

Найти: BN - ?

Решение:

1) $\triangle ABC \sim \triangle MBN$, по двум углам:

1. $\angle B$ - общий

2. $\angle BMN = \angle BAC$ (соответственные углы при параллельных прямых AC и MN и секущей AB)

2) В подобных треугольниках стороны пропорциональны:

$$\frac{MN}{A\cancel{B}C} = \frac{MB}{AB} = \frac{BN}{BC}$$

Пусть $BN = x$, тогда

$AC = BN + NC = x + 15$

$$\frac{16}{20} = \frac{x}{x+15}$$

$20x = 16(x+15)$

$4x = 240$

$x = 60$

$BN = 60$

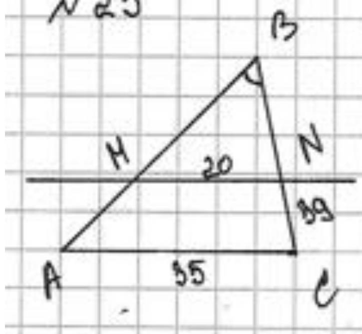
Ответ: 60.

Возможные варианты записи решения геометрической задачи

23.3 Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN, если $MN = 20$, $AC = 35$, $NC = 39$.

Ответ: 52.

№23



$\triangle ABC \sim \triangle MBN$ (по 3м углам):

$\angle B$ – общий угол

$\angle BMN = \angle BAC$ т.к. соответственные ~~накрест лежащие~~ при $MN \parallel AC$ с сек. MA

$\angle BNM = \angle BCA$ т.к. соответственные при $MN \parallel AC$ с сек NC

сл. $\frac{BN}{BC} = \frac{BM}{BA} = \frac{MN}{AC} = k$ $\quad k = \frac{20}{35} = \frac{4}{7}$

тогда $BC = \frac{7}{7}$, а $BN = \frac{4}{7}$ тогда $NC = \frac{7}{7} - \frac{4}{7} = \frac{3}{7}$

$39 - \frac{3}{7}$

$x - \frac{1}{7}$ $\quad x = \frac{\frac{39}{7}}{\frac{3}{7}} = \frac{39}{3} = 13$

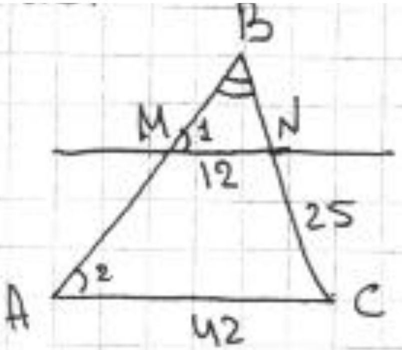
сл. $BN = \cancel{13 \cdot \frac{4}{7} =}$ $13 \cdot 4 = 52$

Ответ: 52

Ошибочные записи решения геометрической задачи

23.4 Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN, если $MN = 12$, $AC = 42$, $NC = 25$.

Ответ: 10.



Дано:

ΔABC, $MN \parallel AC$
$MN = 12$, $NC = 25$,
$AC = 42$

Найти:
BN

Решение:

1. $\boxed{\Delta ABC \sim \Delta MBN}$, т.к. $\angle B$ - общий, $\angle 1 = \angle 2$ (как соответственные, при $MN \parallel AC$ и сек. AB)

2. $R = \frac{MN}{AC} = \frac{12}{42} = \frac{6}{21}$

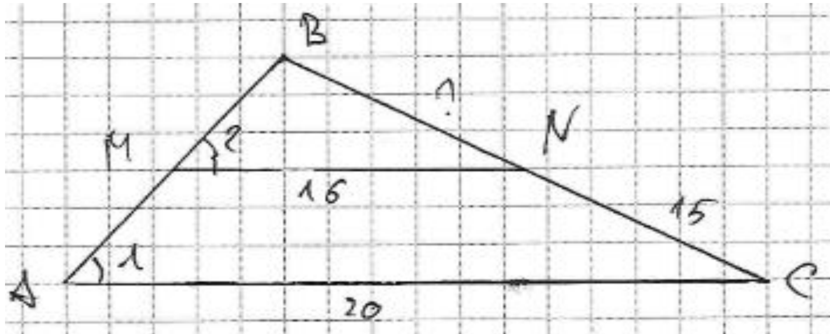
3. $\boxed{\frac{BN}{NC}} = \frac{6}{21} \Rightarrow \frac{BN}{25} = \frac{6}{21} \Rightarrow BN = \frac{25 \cdot 6}{21} = \frac{150}{21} = 7\frac{3}{21}$

Ответ: $7\frac{3}{21}$

Ошибочные записи решения геометрической задачи

23.5 Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN, если $MN=16$, $AC=20$, $NC=15$.

Ответ: 60.



$\triangle ABC \sim \triangle MBN$ (по 2 углам)

$\angle B$ - общий

$\angle 1 = \angle 2$ - соответственные при $MN \parallel AC$ и сек. AM

сл.: $\boxed{\dfrac{BN}{BC} = \dfrac{MN}{AC}}$ $\qquad \boxed{\dfrac{x}{15}} = \dfrac{16}{20}$

$x = \dfrac{16 \cdot 15}{20} = \dfrac{16 \cdot 3}{4} = 4 \cdot 3 = 12$

$x = 12$

$BN = 12$

Ответ 12

Ошибочные записи решения геометрической задачи

23.6 Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN, если $MN = 12$, $AC = 42$, $NC = 25$.

Ответ: 10.

Дано:

$\triangle ABC$

$a \parallel AC$

$a \cap AB = M$

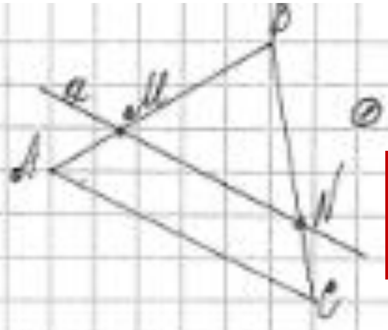
$a \cap BC = N$

$MN = 12$

$AC = 42$

$NC = 25$

Найти: BN



Решение:

① Пусть $BC = x$, тогда

$$\boxed{\frac{BC}{AC} = \frac{BC - NC}{MN}}$$?

$$\frac{x}{42} = \frac{x - 25}{12}$$

$$12x = 42 \cdot (x - 25)$$

$$12x = 42x - 1050$$

$$12x - 42x = -1050$$

$$-30x = -1050$$

$$x = -1050 : (-30)$$

$$x = 35$$

② $BN = BC - NC = 35 - 25 = 10$

Ответ: 10

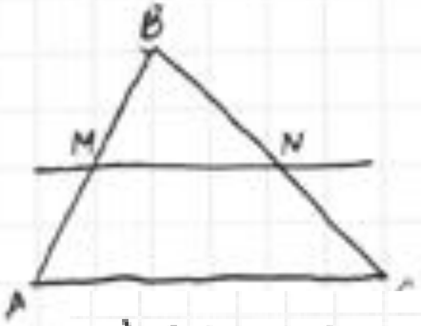
Ошибочные записи решения геометрической задачи

23.7 Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN, если $MN = 12$, $AC = 42$, $NC = 25$.

Дано: $\triangle ABC$, прямая $\parallel AC$ с точками M и N, точки M и N лежащие на AB и BC

$MN = 12$ $AC = 42$ $NC = 25$

Найти: BN



Решение: 1) $MN \parallel AC$, т.к. лежит на прямой $\parallel AC$, но не является средней линией т.к. $12 \neq \frac{1}{2} 42$

2) $\angle M = \angle A$, $\angle N = \angle C$ т.к. $AC \parallel MN$

$\Rightarrow$ т.к. $\angle B$ общий, а $\angle M = \angle A$, $\angle N = \angle C$, то $\triangle ABC \sim \triangle MBN$

$\Rightarrow \frac{MN}{AC} = \frac{BN}{BC} = \frac{BM}{AB}$

3) $BC = BN + NC$

$\Rightarrow \frac{BN}{BN+NC} = \frac{12}{42}$

$\Rightarrow \frac{BN}{BN+25} \boxed{= \frac{12}{42} = \frac{3}{14}}$

$BN = \frac{3BN + 75}{14}$

$14BN = 3BN + 75$

$11BN = 75$

$BN = \frac{75}{11}$

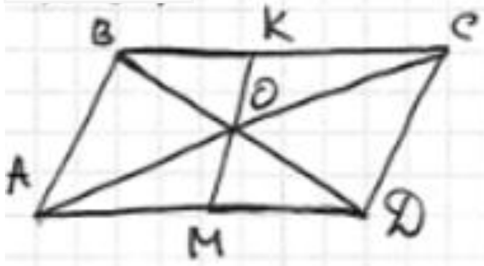
Ответ: $BN = \frac{75}{11}$

Задания с развернутым ответом (часть 2)

24 Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках K и M соответственно. Докажите, что отрезки BK и DM равны.

Возможные варианты записи решения геометрической задачи

24.1 Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках K и M соответственно. Докажите, что отрезки BK и DM равны.



Дано: $ABCD$ - параллелограмм, BD и AC - диагонали, т. O - точка пересечения диагоналей, KM - прямая, $K \in BC$, $M \in AD$.

Доказать: $BK = DM$

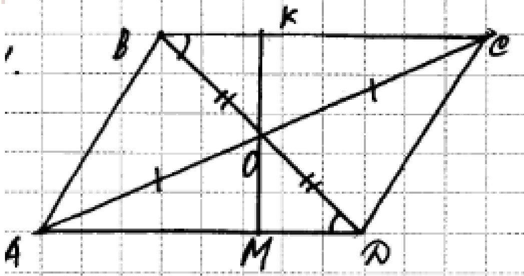
Доказательство:

Рассмотрим ΔBKO и ΔDOM. $\angle KBO = \angle ODM$ (накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и ~~во~~ секущей BD), $BO = OD$ (т.к. диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам), $\angle BOK = \angle MOD$ (т.к. вертикальные), $\Rightarrow \Delta BKO = \Delta DOM$ по 2 ~~сторонам~~ углам и стороне между ними, а значит, что и $BK = MD$.

Возможные варианты записи решения геометрической задачи

24.2 Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках K и M соответственно. Докажите, что отрезки BK и DM равны.

1.



Дано:

$ABCD$ - параллелограмм

AC, BD - диагонали (O - т. пересечения)

KM - прямая

Доказать: $BK = DM$

Доказательство:

1) $\angle CBD = \angle ADB$ (~~накре~~ $BC \parallel AD$, накрест лежащие углы при параллельных прямых BC и AD и сек-ей BD)

2) Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам, значит $BO = OD$

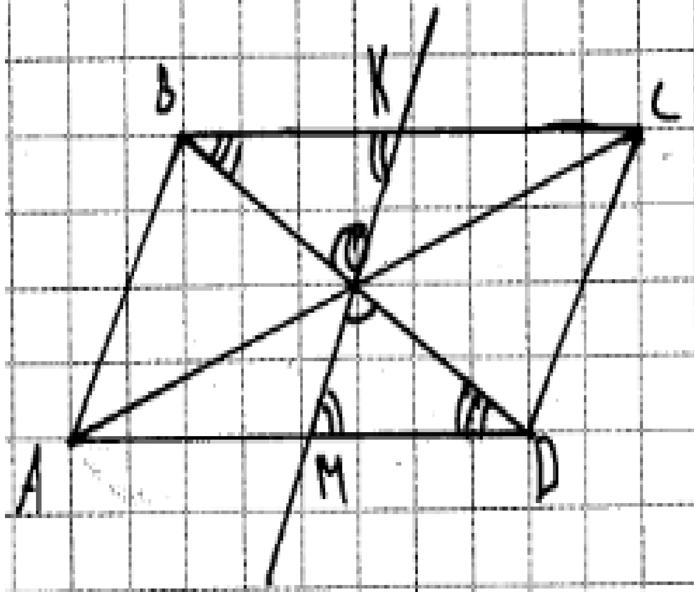
3) $\angle BOK = \angle MOD$ (вертикальные)

Тогда $\triangle BOK = \triangle MOD$ по двум углам и стороне между ними.

В равных треугольниках все элементы равны, значит $BK = MD$.

Ошибочные записи решения геометрической задачи

24.3 Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках K и M соответственно. Докажите, что отрезки BK и DM равны.



$\angle BOK = \angle MOD$ (вертикальные)

$\angle ODM = \angle OBK$ (накрест лежащие)

$\underbrace{\angle BKO = \angle DMO \text{ (накрест лежащие)}}$

$\Downarrow$

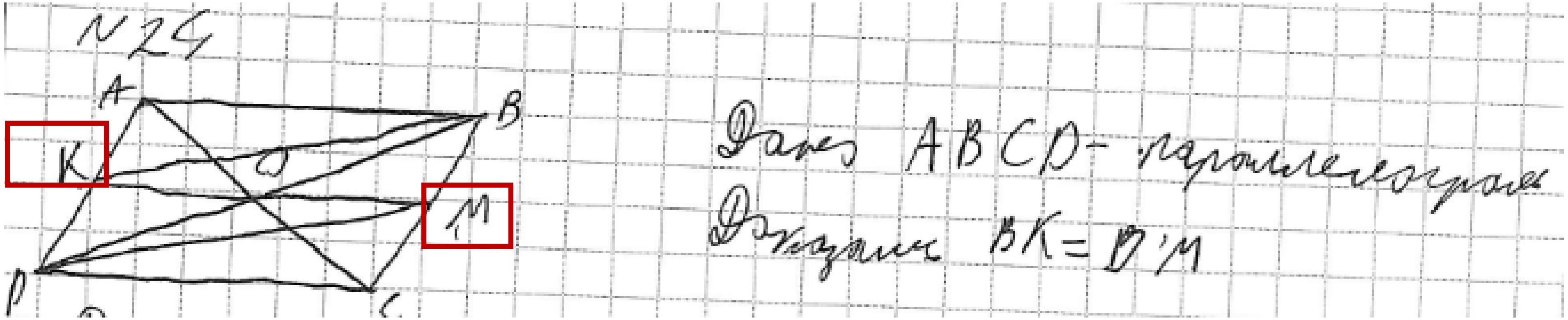
$\boxed{\triangle BOK = \triangle MOD \text{ (по II пр.)}}$

раз треугольники равны, то и соответственные стороны тоже равны $\Rightarrow BK = MD$

Ошибочные записи решения геометрической задачи

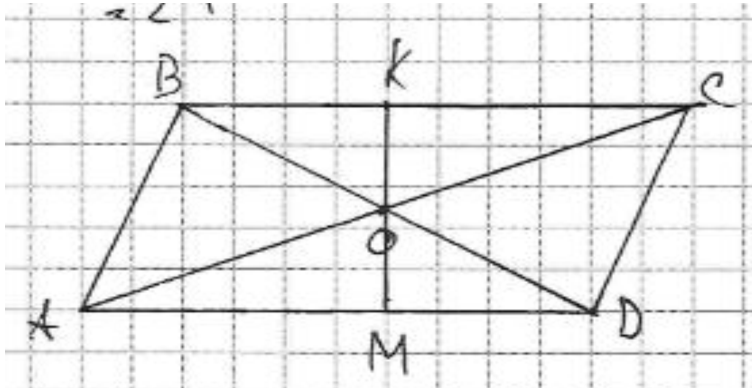
24.4

Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках K и M соответственно. Докажите, что отрезки BK и DM равны.



Неточности в записи решения геометрической задачи

24.5 Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках K и M соответственно. Докажите, что отрезки BK и DM равны.



Доказать: $BK = MD$

1) $AD \parallel BC$ – т.к. в параллелограмме стороны ~~[illegible]~~ параллельны

точка O делит диагональ BD по полам ⇒:
$BO = OD$

2) через точку O проведена прямая KM, которая делится точкой O на 2 равных отрезка ⇒ $MO = OK$.

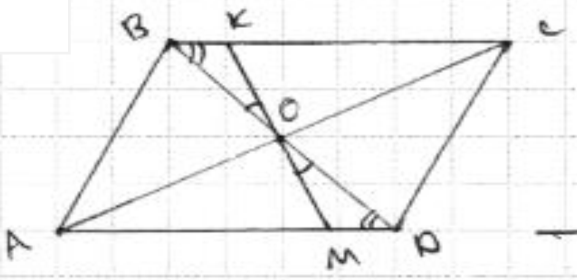
$\angle BOK = \angle MOD$ – т.к. смежные углы.

⇒ $\triangle BOK = \triangle MOD$ (по 2 сторонам и углу между ними)

⇒ $BK = MD$.

Ошибочные записи решения геометрической задачи

24.6 Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках K и M соответственно. Докажите, что отрезки BK и DM равны.



Дано:

ABCD – параллелограмм

BD и AC – диагонали

Доказать BK = MD

Док-во:

Расс. $\triangle BKO$ и $\triangle DMO$:

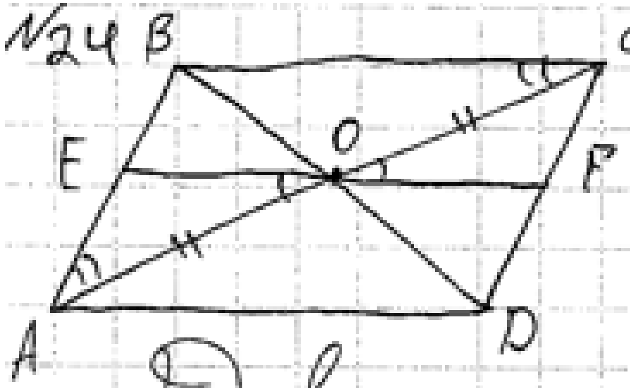
т.к. $\angle MOD = \angle KOB$ (т.к. вертик.), а $\angle ODM = \angle OBK$ (т.к. накр. леж. при сек BD, $BC \parallel AD$ (по св-ву параллелограмма)), то $\triangle BKO = \triangle DMO$ по I признаку, следовательно $BK = DM$ (т.к. все стороны этих треугольников соотв. равны)

ч.т.д.

Ошибочные записи решения геометрической задачи

24.7 Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Докажите, что отрезки AE и CF равны.

№24



Дано:
ABCD - парал.
EF - прям.

Д-ть:
$AE = CF$

Д-во:

$\angle EOA = \angle COF$ т.к. вертик.

$AO = OC$ т.к. AC - диагональ.

$\angle A = \angle C$ т.к. ABCD - парал.

$\boxed{\angle OAD = \angle EOA \text{ и } \angle COF = \angle OCB}$

т.к. накрест. лежащие

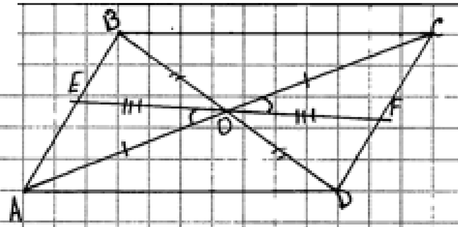
$\Rightarrow \angle EAO = \angle OCF$

$\Rightarrow \triangle AEO = \triangle COF$ (по 2-м углам и стор. между ними)

$\Rightarrow AE = CF$

Неточности в записи решения геометрической задачи

24.8 Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Докажите, что отрезки AE и CF равны.



Дано: EF – прямая

Док-ать: AF = CF

Док-во:

1) т.к. AC и BD - диагонали, пересекающиеся в точке O, то эта точка делит их пополам (по свойству паралел.), тогда

$AO = OC$

$BO = OD$

2) EF-прямая, пересекающая точку пересечения диагоналей, тогда

$EO = OF$

3) прямая EF и диагональ AC образуют вертикальные углы, тогда $\angle EOA = \angle COF$

4) т.к. $AO = OC$

$OE = OF$

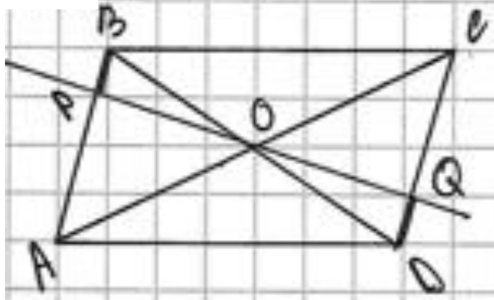
$\angle EOA = \angle COF$, то

$\boxed{\triangle AOE \sim \triangle COF}$, поэтому

$AE = CF$

Ошибочные записи решения геометрической задачи

24.9 Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках P и Q соответственно. Докажите, что отрезки BP и DQ равны.



$\triangle ABO \sim \triangle CDO$ (по 3м углам:

$\angle BOA = \angle COD$ т.к вертекальные

~~∠BO~~ $\angle ABO = \angle CDO$ т.к. накрест лежащие при $AB \parallel CD$ с сек. BD

$\angle BAO = \angle DCO$ т.к. накрест лежащие при $AB \parallel CD$ с сек. AC

сл. $BO = OD$

$\triangle BPO = \triangle DQO$ (по стороне и 2м прилеж. углам; II пр.):

$BO = OD$ - по доказ.

$\angle PBO =$ ~~∠QC~~ $\angle QDO$ т.к. накрест лежащие при $AB \parallel CD$ с сек. BD

$\angle BOP = \angle QOD$ т.к. вертекальные

сл. $PO = OQ$ и $\underline{BP = QD}$

доказано

Задания с развернутым ответом (часть 2)

25 Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD, если $BC = 12$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно $115°$ и $95°$.

Ответ: $8\sqrt{3}$.

Возможные варианты записи решения геометрической задачи

25.1

Дано:

ABCD- выпуклый четыр.

$AM = MD = MB = MC$

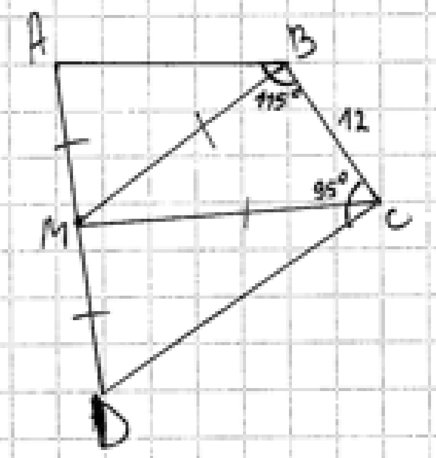
$BC = 12$

$\angle B = 115^\circ$

$\angle C = 95^\circ$

Найти:

$AD = ?$



Решение:

1) Пусть $\angle MBC = x$, тогда по св-ву р/б $\triangle$ $\angle MBC = \angle MCB = x^\circ$, $\angle ABM = 115^\circ - x^\circ$; $\angle MCD = 95^\circ - x^\circ$;

2) по св-ву р/б $\triangle$ $\angle MDC = \angle MCD = 95^\circ - x^\circ$; $\angle MAB = \angle ABM = 115^\circ - x^\circ$, $\angle BMC = 180^\circ - 2x$ (по св-ву углов $\triangle$)

3) по св-ву углов $\triangle$ $\angle AMB = 180^\circ - 2\angle MAB = 180^\circ - 2(115^\circ - x^\circ) = 180^\circ - 230^\circ + 2x^\circ = -50^\circ + 2x^\circ$; $DMC = 180^\circ - 2(95^\circ - x^\circ) = 180^\circ - 190^\circ + 2x = -10^\circ + 2x$;

$\angle BMC = 180^\circ - 2x^\circ$.

Возможные варианты записи решения геометрической задачи

25.1

4) т.к. $\angle AMD$ – ~~равно~~ развернутый угол $\Rightarrow \angle AMD = 180$, значит

$\angle AMB + \angle DMC + \angle BMC = 180^\circ$

$180^\circ = -50^\circ + 2x^\circ + (-10^\circ + 2x^\circ) + (180^\circ - 2x^\circ)$

$180^\circ = -50^\circ + 2x^\circ + \cancel{2x} - 10^\circ + 180^\circ - \cancel{2x}$

$\cancel{180^\circ} - \cancel{180^\circ} + 50^\circ + 10^\circ = 2x$

$2x = 60^\circ$

$x = 30^\circ$

Значит $\angle MBC = \angle MCB = 30^\circ$, а $\angle BMC = 120^\circ$

5) По теор. синусов $\dfrac{12}{\sin(180^\circ - 120^\circ)} = \dfrac{MC}{\sin 30^\circ}$

$\dfrac{12}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{MC}{\frac{1}{2}}$

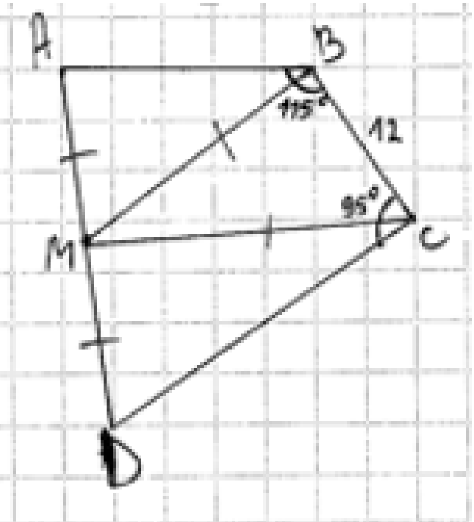
$2MC = \dfrac{24}{\sqrt{3}}$

$2MC = \dfrac{\overset{8}{\cancel{24}}\sqrt{3}}{\cancel{3}}$

$MC = 4\sqrt{3}$

6) т.к. $AM = MD = MB = MC \Rightarrow AD = 2MC = 8\sqrt{3}$

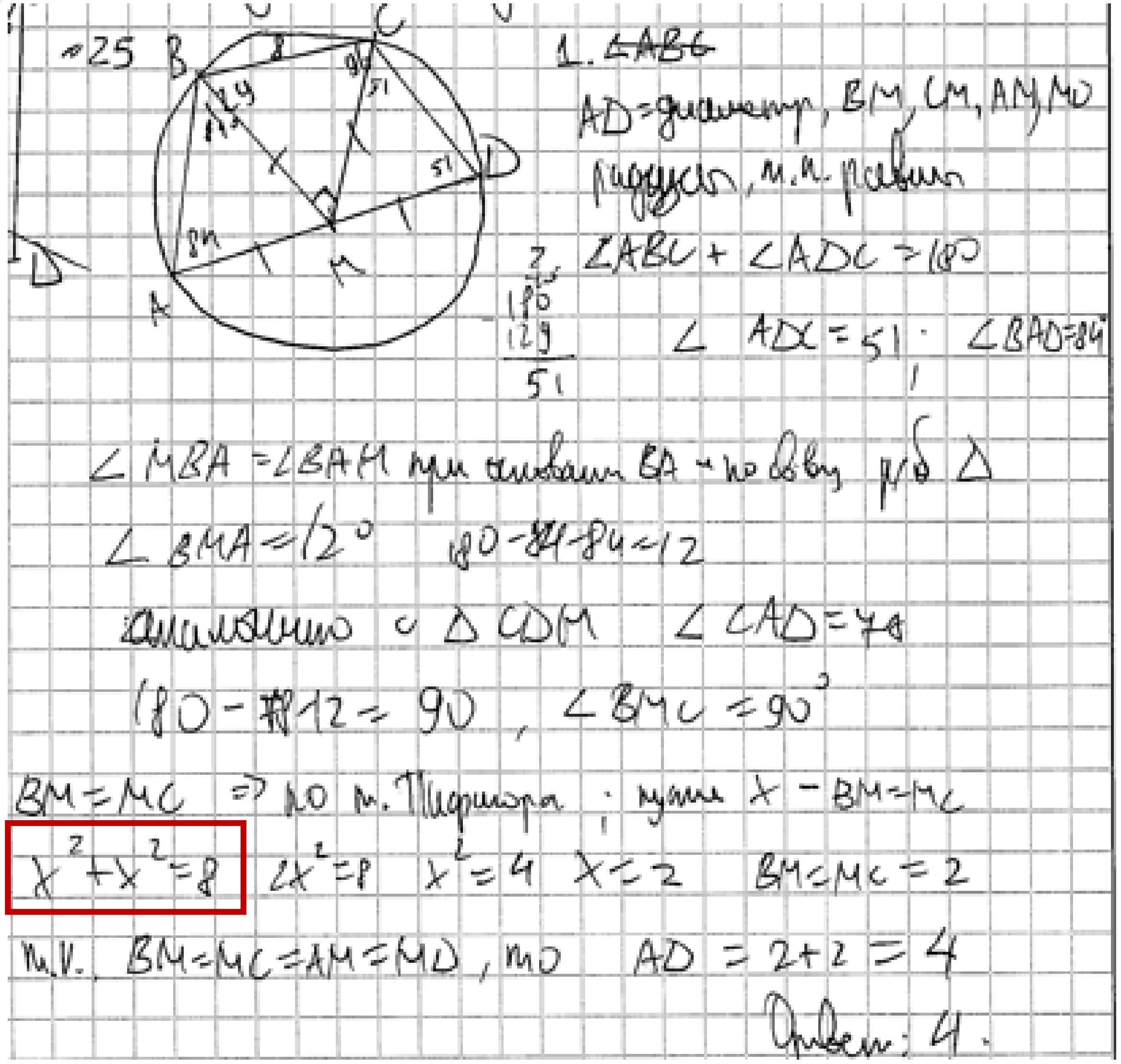
Ответ: $8\sqrt{3}$



Ошибочные записи решения геометрической задачи

25.2 Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD, если $BC = 8$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно $129°$ и $96°$.

Ответ: $8\sqrt{2}$.



Ошибочные записи решения геометрической задачи

25.3

$\angle B = 116°$; $\angle C = 94°$

$AD = CM \cdot 2 = BM \cdot 2$;

Т.к все вершины равноудалены друг от друга, то отрезки, соединяющие их, равны. ($AM = MD = BM = MC$). Т.к M – середина, то $AD = 2CM = 2BM = 2MD = 2AM$. Т.к. эти стороны равны, то образуются равнобедр тр-и ΔABM, ΔMCD, ΔBCM. ~~Углы у их оснований соответственно равны.~~

Рассмотрим ΔBCM. Проведем высоту MH, которая в равнобедр тр-е и бис-са, и медиана, $\Rightarrow HC = 4{,}5$; Т.к $\angle MHC$ – прямой угол, $\Rightarrow \Delta MHC$ – прямоуг. тр. Методом подбора я выяснила, что если $\angle MBH = \angle HCM = 30°$ $\Rightarrow$ сумма $\angle BAD + \angle ADC = 150°$ (сумма углов выпуклого четырехуг. равна $360°$, $360° - 116° - 94° = 150$), то $\angle B = 86° + 30°$; $\angle C = 64° + 30°$ $\Rightarrow$ если остр. угол прямоуг тр-а $= 30°$, $\Rightarrow$ катет $= \frac{1}{2}$ гип.; $\rightarrow HM = \frac{1}{2} CM$. Пусть $HM = x$, тогда $CM = 2x$, по теореме Пифагора: $4x^2 = x^2 + 20{,}25$; $20{,}25 = 3x^2$; $x^2 = 6{,}75$; $x = \sqrt{6{,}75} = HM$; $CM = 2\sqrt{6{,}75}$; $AD = 2 \cdot 2\sqrt{6{,}75} = 4\sqrt{6{,}75} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$. Ответ: $6\sqrt{3}$

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

№6

$\frac{3}{5} : \frac{4}{35} = \frac{3 \cdot \cancel{35}^{7}}{\cancel{5}_{1} \cdot 4} = \frac{21}{4} = 5,25$

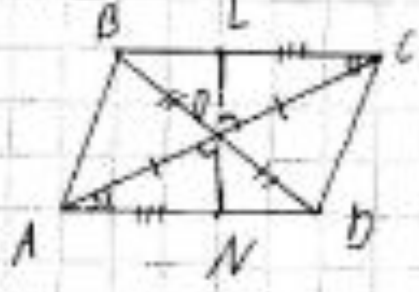
Ответ: 5,25

6 Найдите значение выражения $\frac{3}{5} : \frac{4}{35}$.

Ответ: ____________________________.

24 Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Докажите, что отрезки AE и CF равны.

№24



Дано: ABCD- параллелограм, AC и BD- диагонали
O- точка пересечения диагоналей
Доказать: CL = AN

Решение:

Рассмотрим △AON и △COL: