

*Особенности подготовки к государственной
итоговой аттестации в 11 классах по учебному
предмету «Математика» и планируемых
изменений в контрольно-измерительных
материалах в 2026 году*

*Подольян Елена Вячеславовна,
к.п.н., доцент кафедры инженерной
математики НГТУ, председатель
предметной комиссии Новосибирской
области*

Новосибирск 2025



Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»

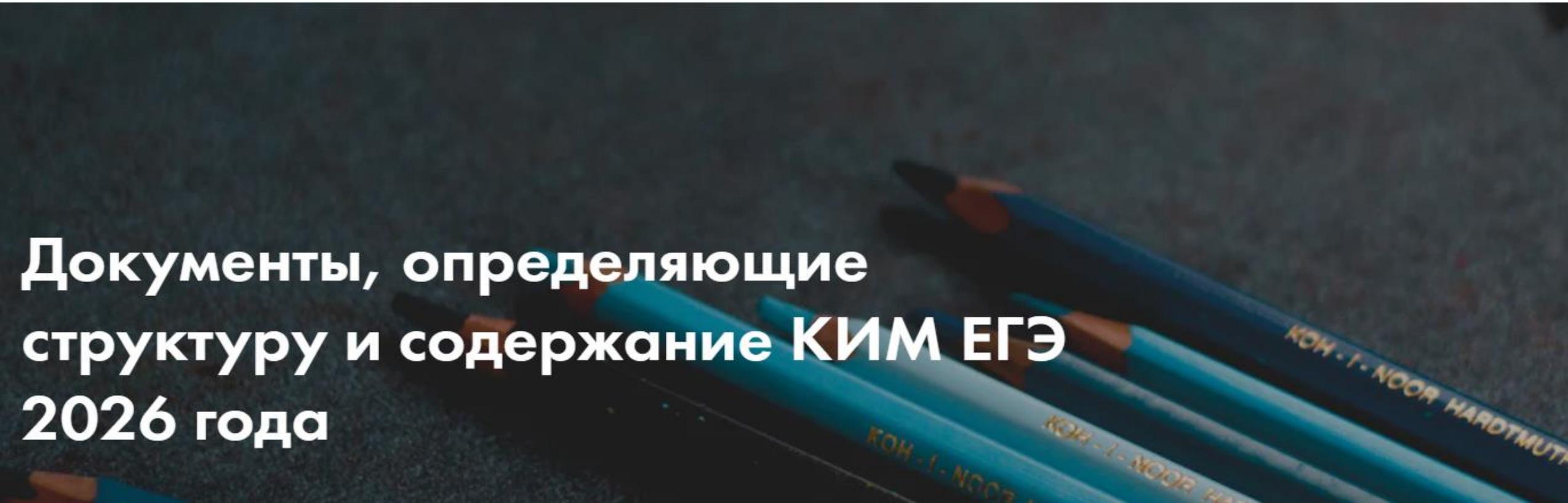
ФИПИ

[О нас](#) ▾ [ЕГЭ](#) ▾ [ОГЭ](#) ▾ [ГВЭ](#) ▾ [Навигатор подготовки](#) ▾ [Методическая копилка](#) ▾ [Журнал ФИПИ](#) [Услуги](#) ▾ [Обратиться в ФИПИ](#)

[Открытый банк заданий ЕГЭ](#) [Открытый банк заданий ОГЭ](#) [Итоговое сочинение](#) [Итоговое собеседование](#) [Иностранным гражданам](#)

[Открытый банк оценочных средств по русскому языку](#) [Открытый банк заданий для оценки естественнонаучной грамотности](#) [Открытый банк заданий ГВЭ-9](#)

[Открытый банк заданий для оценки читательской грамотности](#)



**Документы, определяющие
структуру и содержание КИМ ЕГЭ
2026 года**



Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»



ФИПИ

[О нас](#) ▾ [ЕГЭ](#) ▾ [ОГЭ](#) ▾ [ГВЭ](#) ▾ [Навигатор подготовки](#) ▾ [Методическая копилка](#) ▾ [Журнал ФИПИ](#) [Услуги](#) ▾ [Обратиться в ФИПИ](#)

[Открытый банк заданий ЕГЭ](#) [Открытый банк заданий ОГЭ](#) [Итоговое сочинение](#) [Итоговое собеседование](#) [Иностранным гражданам](#)

[Открытый банк оценочных средств по русскому языку](#) [Открытый банк заданий для оценки естественнонаучной грамотности](#) [Открытый банк заданий ГВЭ-9](#)

[Открытый банк заданий для оценки читательской грамотности](#)

[ФГБНУ «ФИПИ»](#) → [ЕГЭ](#) → [Демоверсии, спецификации, кодификаторы](#)

Демоверсии, спецификации, кодификаторы



3. Соответствие заданий КИМ ЕГЭ школьной программе

Таблица 1

Соответствие заданий КИМ ЕГЭ школьной программе

№ задания	Проверяемый элемент содержания в школьной программе 10–11 классов		Проверяемый элемент содержания в школьной программе 5–9 классов
	Базовый уровень	Углублённый уровень	
1	10 класс: 111.7.2.1; 11 класс: 111.7.3.1	–	5 класс: 146.4.2.1; 6 класс: 146.4.3.1; 7 класс: 146.5.2.1
2	10 класс: 111.7.2.1; 11 класс: 111.7.3.1	–	5 класс: 146.4.2.3; 6 класс: 146.4.3.6; 146.4.3.5; 9 класс: 146.5.4.1
3	10 класс: 111.7.2.1; 111.7.2.3; 11 класс: 111.7.3.3	–	5 класс: 146.4.2.3; 6 класс: 146.4.3.5; 7 класс: 146.5.2.4; 8 класс: 146.5.3.4
4	10 класс: 111.7.2.1; 111.7.2.2; 11 класс: 111.7.3.2	–	5 класс: 146.4.2.1; 6 класс: 146.4.3.1; 7 класс: 146.5.2.2; 8 класс: 146.5.3.2

5. Структура варианта КИМ ЕГЭ

Экзаменационная работа включает в себя 21 задание с кратким ответом базового уровня сложности. Все задания направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях.

Динамика результатов по предмету

Базовый уровень

Участников, получивших отметку (%)	Год проведения	
	2024 г.	2025 г.
«2»	1,5	3,2
«3»	17,1	20,5
«4»	50,0	43,9
«5»	31,4	32,3

Шкала перевода

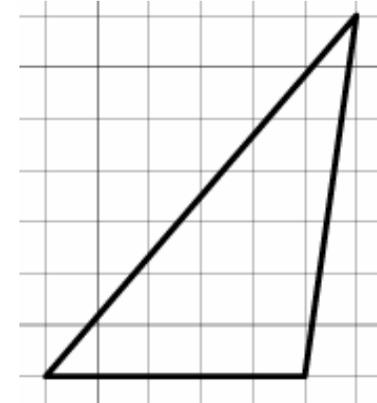
Оценка	«2»	«3»	«4»	«5»
Балл	0-6	7-11	12-16	17-21

Базовый уровень

Планиметрия

9

План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат $1\text{ м} \times 1\text{ м}$. Найдите площадь участка, изображённого на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.



Типичные ошибки

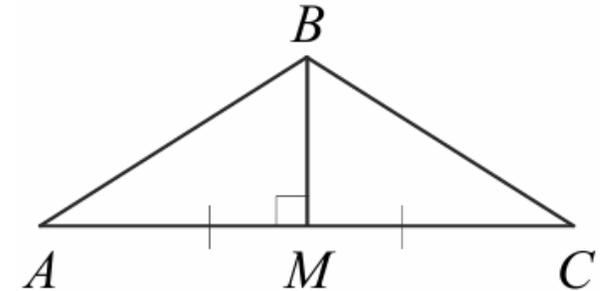
- 1) неверное нахождение (по клеткам) основания или высоты треугольника (например, считается не количество отрезков длины, а количество «узлов», содержащихся в отрезке основания или высоты);
- 2) неверное применение формулы для вычисления площади треугольника (например, потеря коэффициента в формуле площади треугольника или при использовании формулы Пика потеря единицы)

Базовый уровень

Планиметрия

12

В треугольнике ABC медиана BM перпендикулярна AC . Найдите AB , если $BM = 40$, $AC = 150$.



Типичные ошибки

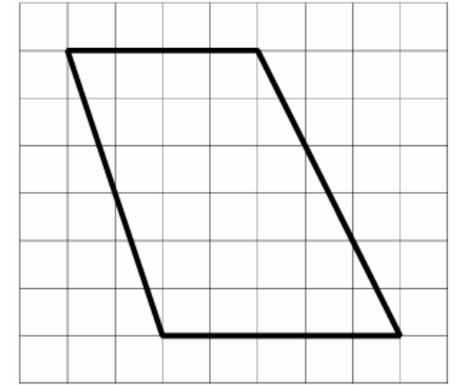
- 1) неверная трактовка условия задачи (незнание теорем; геометрических терминов);
- 2) неверное извлечение квадратного корня из суммы квадратов (извлечение квадратного корня из слагаемых под корнем с последующим сложением результатов);
- 3) неверное извлечение квадратного корня из четырёхзначного числа

Демонстрационный вариант (базовый уровень)

Планиметрия

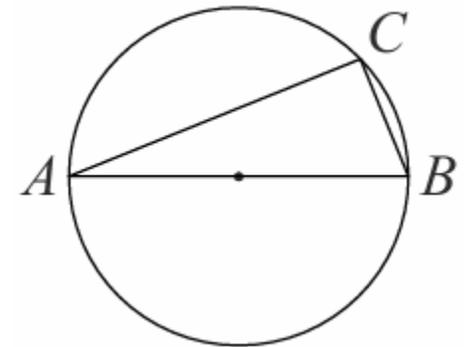
9

План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат $1\text{ м} \times 1\text{ м}$. Найдите площадь участка, изображённого на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.



12

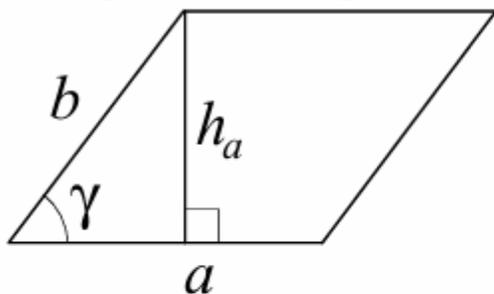
На окружности радиусом 3 отмечена точка C . Отрезок AB — диаметр окружности, $AC = 2\sqrt{5}$. Найдите длину хорды BC .



Справочные материалы в вариантах КИМ ЕГЭ (базовый уровень)

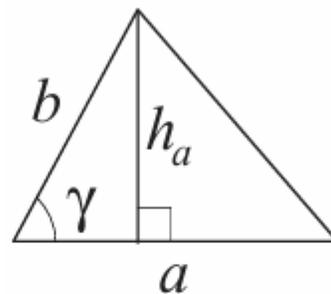
Площади фигур

Параллелограмм



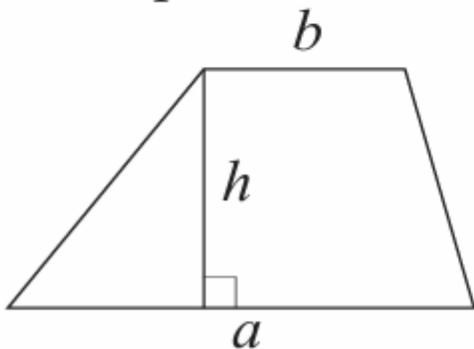
$$S = ah_a$$
$$S = ab \sin \gamma$$

Треугольник



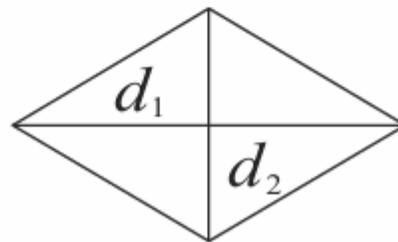
$$S = \frac{1}{2} ah_a$$
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

Ромб



d_1, d_2 — диагонали

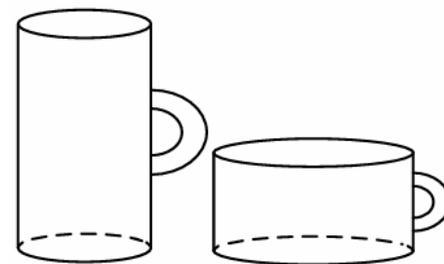
$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Базовый уровень

Стереометрия

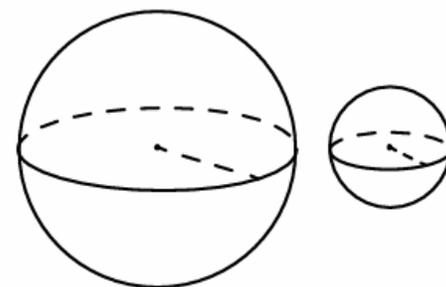
11

Даны две кружки цилиндрической формы. Первая кружка в четыре с половиной раза выше второй, а вторая — втрое шире первой. Во сколько раз объём первой кружки меньше объёма второй?



13

Даны два шара с радиусами 2 и 1. Во сколько раз площадь поверхности большего шара больше площади поверхности меньшего?



Базовый уровень

Стереометрия (типичные ошибки)

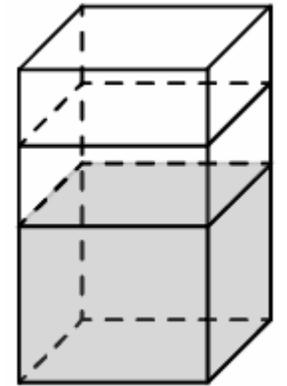
- 1) применение неверных формул для вычисления объемов тел вращения и площадей поверхности (например, отсутствие в формуле квадрата радиуса или использование в формуле квадрата диаметра; нахождение объема, а не площади поверхности);
- 2) неверная трактовка понятия подобия пространственных тел;
- 3) округление до целого на каждом этапе вычислений (например, при использовании в вычислениях приближенного значения числа Π);
- 4) ответ не на вопрос задачи (например, в ответ записано отношение объема первой кружки к объему второй или отношение площади поверхности меньшего шара к площади поверхности большего, а не наоборот);
- 5) вычислительные ошибки

Демонстрационный вариант (базовый уровень)

Стереометрия

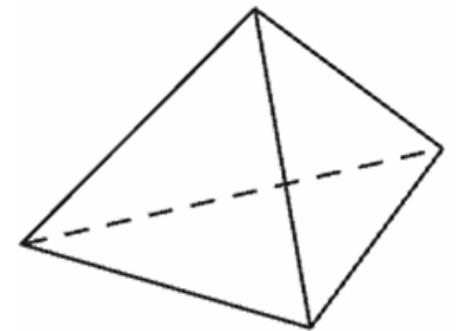
11

В бак, имеющий форму правильной четырёхугольной призмы со стороной основания 70 см, налита жидкость. Чтобы измерить объём детали сложной формы, её полностью погружают в эту жидкость. Найдите объём детали, если после её погружения уровень жидкости в баке поднялся на 5 см. Ответ дайте в кубических сантиметрах.



13

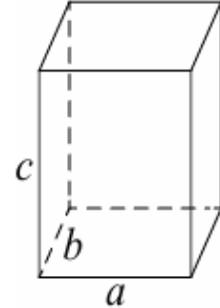
Стороны основания правильной треугольной пирамиды равны 16. А боковые рёбра равны 17. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



Справочные материалы в вариантах КИМ ЕГЭ (базовый уровень)

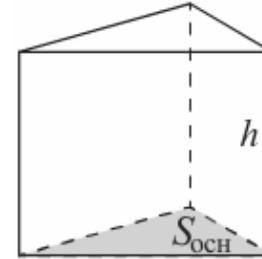
Площади поверхностей и объёмы тел

Прямоугольный параллелепипед



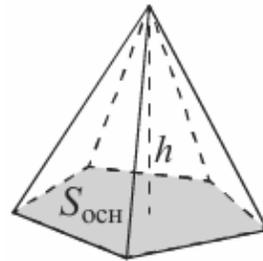
$$V = abc$$

Прямая призма



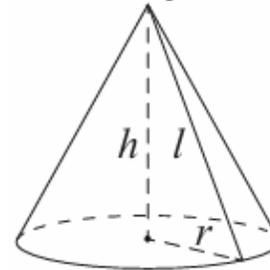
$$V = S_{\text{очн}} h$$

Пирамида



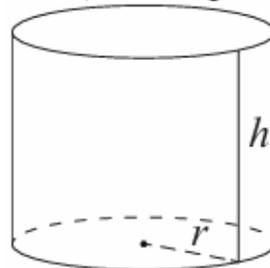
$$V = \frac{1}{3} S_{\text{очн}} h$$

Конус



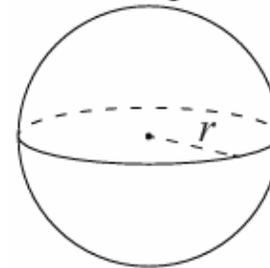
$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$
$$S_{\text{бок}} = \pi r l$$

Цилиндр



$$V = \pi r^2 h$$
$$S_{\text{бок}} = 2\pi r h$$

Шар



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$
$$S_{\text{пов}} = 4\pi r^2$$

Базовый уровень

Текстовые задачи

15

Банк начисляет на срочный вклад 14 % годовых. Вкладчик положил на счёт 9000 рублей. Сколько рублей будет на этом счёте через год, если никаких операций, кроме начисления процентов, со счётом проводиться не будет?

Типичные ошибки

- 1) неверный перевод процентов в десятичную дробь;
- 2) ошибки в логике решения (например, неверно составлена пропорция);
- 3) ответ не на вопрос задачи (например, в ответ записана сумма начисленных процентов, а не общая сумма на счете);
- 4) вычислительные ошибки

Базовый уровень

Текстовые задачи

20

Расстояние между городами А и В равно 610 км. Из города А в город В со скоростью 50 км/ч выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 90 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города А автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

Типичные ошибки

- 1) ошибки в логике решения (составлена другая математическая модель задачи);
- 2) ответ не на вопрос задачи (например, в ответ записано расстояние от места встречи до пункта В);
- 3) вычислительные ошибки

Базовый уровень

Логические задачи

19

Вычеркните в числе 45341527 три цифры так, чтобы получившееся число делилось на 22. В ответе укажите какое-нибудь одно получившееся число.

21

В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:

- за 5 золотых монет получить 7 серебряных и одну медную;
- за 10 серебряных монет получить 7 золотых и одну медную.

У Николая были только серебряные монеты. После нескольких посещений обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, золотых не появилось, зато появилось 60 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николая?

Базовый уровень

Вычисления

16

Найдите значение выражения $(\sqrt{11} - \sqrt{2})(\sqrt{11} + \sqrt{2})$

Типичные ошибки

- 1) неверное применение свойства возведения в квадрат квадратного корня (квадрат корня равен квадрату подкоренного выражения);
- 2) неверное применение формулы разности квадратов (произведение суммы и разности двух выражений равно сумме квадратов этих выражений)
- 3) неправильное применение свойств квадратного корня (например, умножение подкоренных выражений при сложении и/или вычитании корней);
- 4) вычислительные ошибки

Базовый уровень

Уравнения, неравенства

17

Решите уравнение $x^2 - 5x = 0$.

Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите больший из них.

Типичные ошибки

- 1) неверное вынесение общего множителя за скобки (например, изменение коэффициента при «икс» при вынесении «икса» за скобку);
- 2) неверное применение правила приведения подобных слагаемых;
- 3) неверное применение теоремы обратной теореме Виета в неполном квадратном уравнении (например, произведение корней равно коэффициенту при «икс», а сумма корней равна старшему коэффициенту, взятому с противоположным знаком);
- 4) ошибки в формуле дискриминанта или корней уравнения и вычислительные ошибки при их нахождении;
- 5) ответ на другой вопрос в задаче (запись в ответ меньшего корня)

Базовый уровень

Уравнения, неравенства

18

Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА

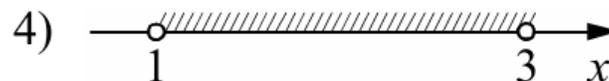
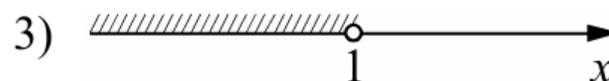
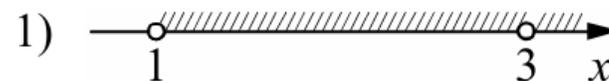
А) $\log_2(x-1) < 1$

Б) $x^2 - 4x + 3 > 0$

В) $\frac{x-1}{(x-3)^2} > 0$

Г) $3^{-2x} > \frac{1}{9}$

РЕШЕНИЯ



Запишите в приведённой в ответе таблице под каждой буквой соответствующий решению номер.

Базовый уровень

Уравнения, неравенства (типичные ошибки)

- 1) неверное применение алгоритма решения к различным видам неравенств;
- 2) неверное обозначение множества решений неравенств на числовой прямой (например, из-за неверной расстановки знаков на промежутках);
- 3) вычислительные ошибки (например, при нахождении корней квадратного трехчлена с помощью формул дискриминанта и корней квадратного уравнения);
- 4) ошибки при заполнении таблицы (например, при перенесении ответов из черновика)

Справочные материалы в вариантах КИМ ЕГЭ (базовый уровень)

Свойства арифметического квадратного корня

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0$$

Корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac > 0$$

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac = 0$$

Формулы сокращённого умножения

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$



[О нас](#) ▾ [ЕГЭ](#) ▾ [ОГЭ](#) ▾ [ГВЭ](#) ▾ [Навигатор подготовки](#) ▾ [Методическая копилка](#) ▾ [Журнал ФИПИ](#) [Услуги](#) ▾ [Обратиться в ФИПИ](#)

[Открытый банк заданий ЕГЭ](#) [Открытый банк заданий ОГЭ](#) [Итоговое сочинение](#) [Итоговое собеседование](#) [Иностранным гражданам](#)

[Открытый банк оценочных средств по русскому языку](#) [Открытый банк заданий для оценки естественнонаучной грамотности](#) [Открытый банк заданий ГВЭ-9](#)

[Открытый банк заданий для оценки читательской грамотности](#)

[ФГБНУ «ФИПИ»](#) → [ЕГЭ](#) → [Демоверсии, спецификации, кодификаторы](#)

Демоверсии, спецификации, кодификаторы



3. Соответствие заданий КИМ ЕГЭ школьной программе

№ задания	Проверяемый элемент содержания в школьной программе 10–11 классов		Проверяемый элемент содержания в школьной программе 5–9 классов
	Базовый уровень	Углублённый уровень	
1	10 класс: 111.8.4.1; 11 класс: 111.8.4.2	10 класс: 112.8.4; 11 класс: 112.8.5	5 класс: 146.4.2.4; 6 класс: 146.4.3.6; 7 класс: 146.6.2; 8 класс: 146.6.3; 9 класс: 146.6.4
2	11 класс: 111.8.3.2	10 класс: 112.8.2.3; 11 класс: 112.8.3.2	9 класс: 146.6.4
3	10 класс: 111.8.2.2; 11 класс: 111.8.3.1	10 класс: 112.8.2.2; 11 класс: 112.8.3.1	5 класс: 146.4.2.4; 6 класс: 146.4.3.6; 7 класс: 146.6.2; 8 класс: 146.6.3; 9 класс: 146.6.4

5. Структура варианта КИМ ЕГЭ

Экзаменационная работа состоит из двух частей и включает в себя 19 заданий, которые различаются по содержанию, сложности и количеству заданий:

- часть 1 содержит 12 заданий (задания 1–12) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби;
- часть 2 содержит 7 заданий (задания 13–19) с развёрнутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий).

Задания части 1 направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях.

Посредством заданий части 2 осуществляется проверка освоения математики на углублённом уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности и на творческом уровне.

Динамика результатов по предмету

Профильный уровень

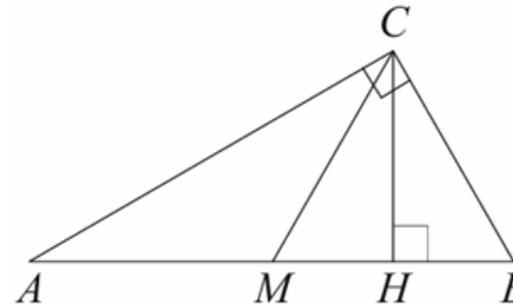
	Год проведения		
	2023 г.	2024 г.	2025 г.
ниже минимального балла, %	9,4	8,6	5,2
от минимального балла до 60 баллов, %	44,8	40,7	37,9
от 61 до 80 баллов, %	42,0	35,7	47,3
от 81 до 100 баллов, %	3,8	15,0	9,6
средний тестовый балл	54,0	58,6	60,8

Профильный уровень

Геометрия

Задание № 1

Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 65° . Найдите величину угла между высотой CH и медианой CM , проведёнными из вершины прямого угла C . Ответ дайте в градусах.



Типичные ошибки

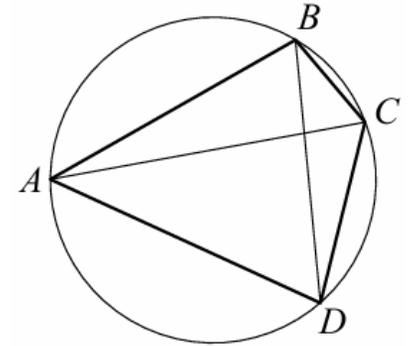
- 1) невнимательное чтение условия задачи;
- 2) незнание свойства медианы, проведенной из вершины прямого угла треугольника;
- 3) подмена понятий медианы, высоты, биссектрисы треугольника

Демонстрационный вариант (профильный уровень)

Планиметрия

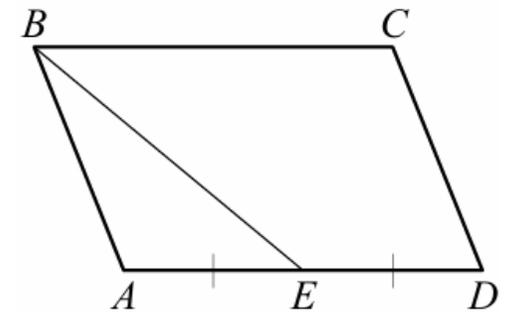
1

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 103° , угол CAD равен 42° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



1

Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 24. Точка E — середина стороны AD . Найдите площадь трапеции $BCDE$.



Профильный уровень

Диагностика образовательных достижений

1

Диагонали ромба относятся как $5 : 7$. Периметр ромба равен 148 .
Найдите высоту ромба.

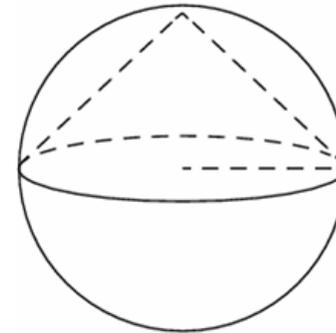


Профильный уровень

Стереометрия

Задание № 3

Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Образующая конуса равна $9\sqrt{2}$. Найдите радиус сферы.



Типичные ошибки

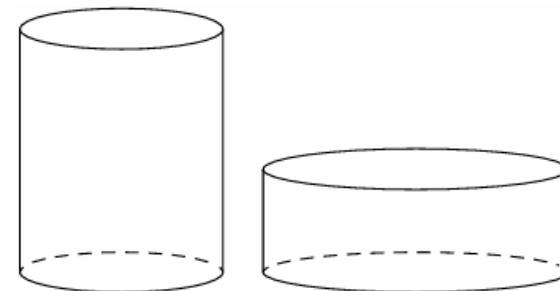
- 1) невнимательное чтение условия задачи;
- 2) неверное применение теоремы Пифагора;
- 3) вычислительные ошибки

Демонстрационный вариант (профильный уровень)

Стереометрия

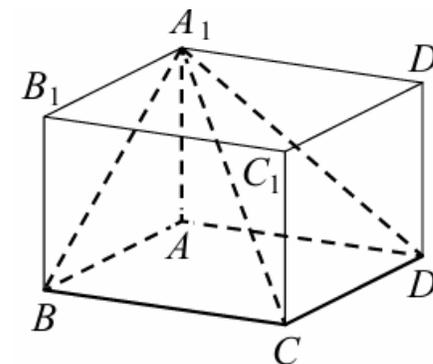
3

Одна цилиндрическая кружка вдвое выше второй, зато вторая в полтора раза шире. Найдите отношение объёма второй кружки к объёму первой.



3

Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины A, B, C, D, A_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 3, AD = 9, AA_1 = 4$.

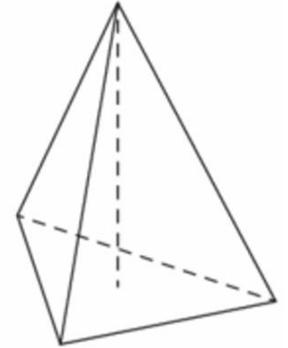


Профильный уровень

Диагностика образовательных достижений

3

Найдите объем правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 8, а высота равна $2\sqrt{3}$.



Профильный уровень

Алгебраические задачи

Задание № 9

Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a (в км/ч²). Скорость v (в км/ч) вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь (в км). Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,5 км, развить скорость 70 км/ч. Ответ дайте в км/ч².

Типичные ошибки

- 1) неверная подстановка заданных значений в формулу;
- 2) неверное возведение в квадрат обеих частей иррационального уравнения;
- 3) неверное выполнение умножения, деления, возведения в степень натуральных чисел и десятичных дробей

Демонстрационный вариант (профильный уровень)

Алгебраические задачи

9

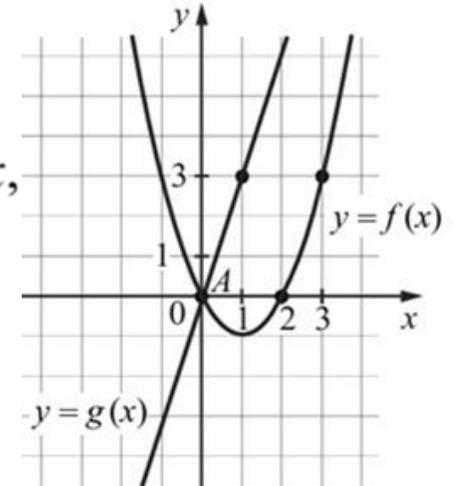
Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 90$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 16$ км/ч². Расстояние (в км) от мотоциклиста до города вычисляется по формуле $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$, где t — время в часах, прошедшее после выезда из города. Определите время, прошедшее после выезда мотоциклиста из города, если известно, что за это время он удалился от города на 72 км. Ответ дайте в минутах.

Профильный уровень

Алгебраические задачи

Задание № 11

На рисунке изображены графики функций $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Типичные ошибки

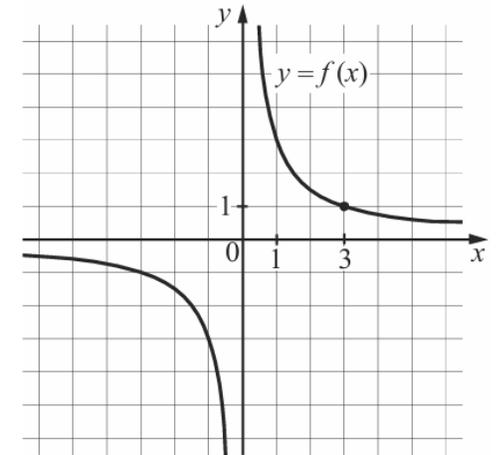
- 1) неверная подстановка координат заданных точек в уравнение функций для нахождения значений параметров;
- 2) применение неверных формул для нахождения корней квадратного уравнения;
- 3) неверное нахождение искомой величины по графикам функций;
- 4) вычислительные ошибки

Демонстрационный вариант (профильный уровень)

Алгебраические задачи

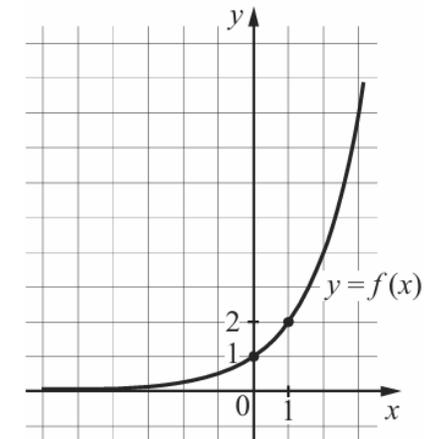
11

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \frac{k}{x}$. Найдите значение $f(30)$.



11

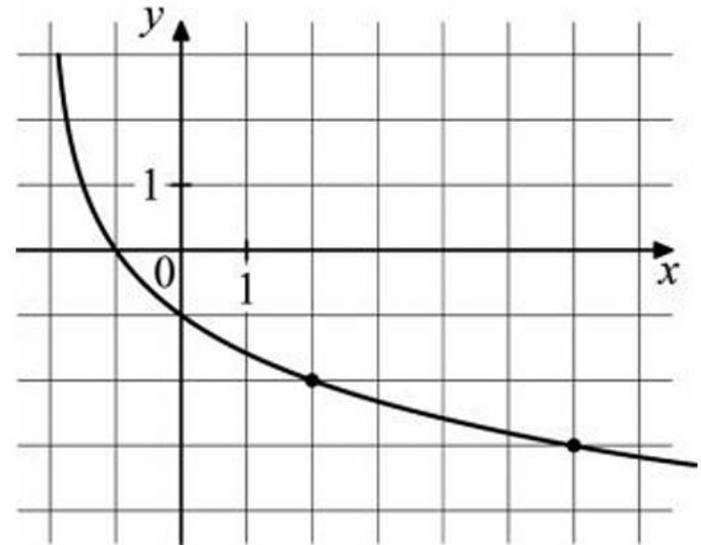
На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(5)$.



Профильный уровень

Диагностика образовательных достижений

- 11 На рисунке изображён график функции $f(x) = \log_a(x + b)$. Найдите значение x , при котором $f(x) = -5$.



Профильный уровень

Диагностика образовательных достижений

6

Решите уравнение $\sqrt{7x+15} = 2x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

7

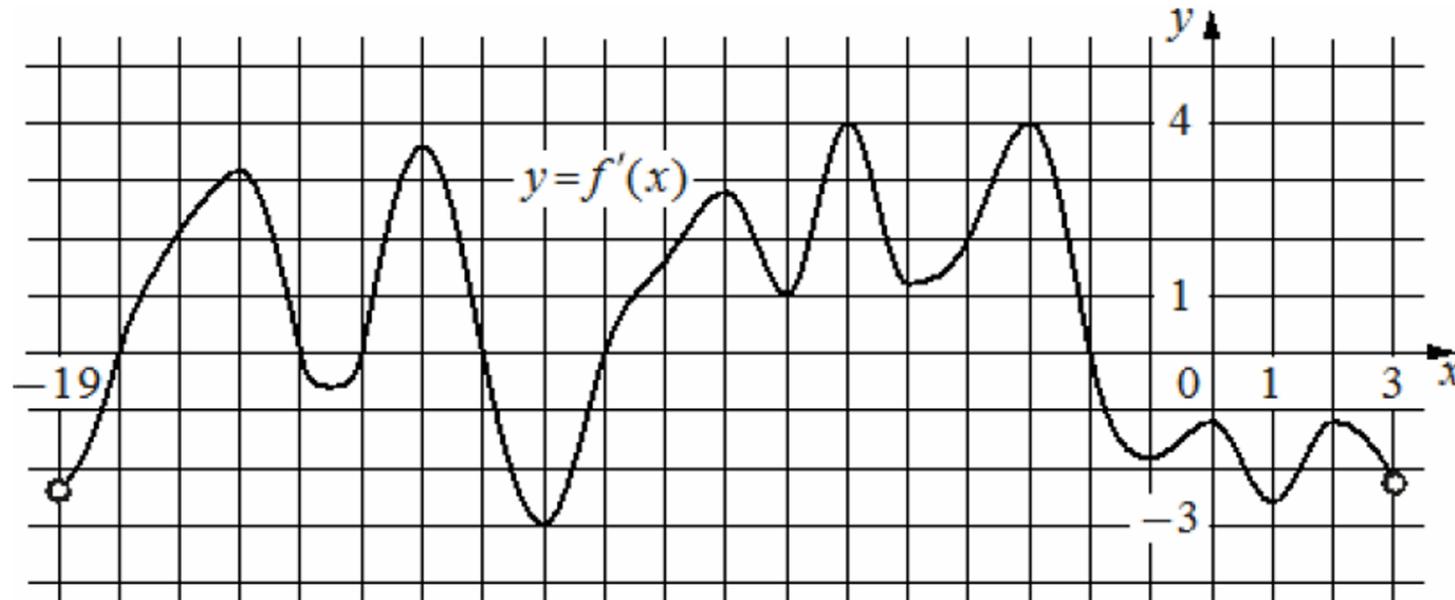
Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{34}}$ и $\alpha \in (0,5\pi; \pi)$.

Профильный уровень

Диагностика образовательных достижений

8

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-19; 3)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-17; -3]$.



Задания с развернутым ответом

13

а) Решите уравнение

$$\cos 2x - \sqrt{2} \sin(x + \pi) - 1 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$

$$\frac{3\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$$

б) $-\frac{13\pi}{4}; -3\pi; -2\pi.$

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>a</i> ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта <i>a</i> и пункта <i>б</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Вычислительная ошибка – ошибка, допущенная при выполнении арифметических действий: сложение, вычитание, умножение, деление.

Пример вычислительной ошибки

$$\left[\begin{array}{l} t_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}, \\ t_2 = \frac{5+3}{4} = 1 \end{array} \right.$$

Задания с развернутым ответом

13

а) Решите уравнение

$$\cos 2x - \sqrt{2} \sin(x + \pi) - 1 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

13

а) Решите уравнение

$$\sin 2x \cdot \cos x + \sin x = \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right).$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[6\pi; 7\pi]$.

13

а) Решите уравнение

$$2 + 2 \cos(\pi - 2x) + \sqrt{8} \sin x = \sqrt{6} + \sqrt{12} \sin x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

Основные формулы: формулы приведения, формулы двойного угла, теоремы сложения.

Основные преобразования: вынесение за скобку общего множителя, группировка, выделение полного квадрата.

Профильный уровень

Основные ошибки

$$13) \cos \sin 2x \cdot \cos x + \sin x = \sqrt{2} \cos \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 2x \right)$$

$$\sin 2x \cdot \cos x + \sin x = -\sqrt{2} \sin 2x$$

$$2 \sin x \cos^2 x + \sin x + \sqrt{2} \sin x \cos x = 0$$

$$\sin x (2 \cos^2 x + 1 + \sqrt{2} \cos x) = 0$$

$$\sin x = 0$$

$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2 \cos^2 x + \sqrt{2} \cos x + 1 = 0$$

$$\text{Замени } \cos x = t \quad t \in [-1; 1]$$

$$2t^2 + \sqrt{2}t + 1 = 0$$

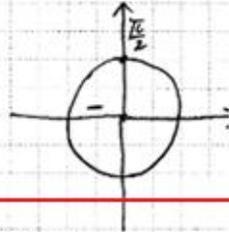
$$D = 8 - 8 = 0$$

$$x = \frac{\sqrt{2} \pm 0}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Обратная замена

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$



$$\sin 2x \cdot \cos x + \sin x = \sqrt{2} \cos \left(\frac{\pi}{2} - 2x \right)$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{2} - 2x \right) = -\sin 2x$$

$$2 \sin x \cos x \cdot \cos x + \sin x + 2\sqrt{2} \sin x \cos x = 0$$

$$a) \sin 2x \cdot \cos x + \sin x = \sqrt{2} \cos \left(\frac{\pi}{2} - 2x \right)$$

$$\sin 2x \cdot \cos x + \sin x = \sqrt{2} \sin x$$

$$2 \sin x \cdot \cos x \cdot \cos x + \sin x - \sqrt{2} \sin x = 0$$

$$\sin x (2 \cos x \cdot \cos x - \sqrt{2}) = 0$$

Формула для нахождения корней квадратного уравнения!

Профильный уровень

Основные ошибки

13 а) Решите уравнение

$$\sin 2x \cdot \cos x + \sin x = \sqrt{2} \cos\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right).$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[7\pi; 8\pi]$.

$$\begin{aligned} \sin 2x \cdot \cos x + \sin x &= \sqrt{2} \cos\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right) \\ \sin 2x \cdot \cos x + \sin x &= \sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{2} \cdot \cos 2x - \sin \frac{3\pi}{2} \cdot \sin 2x \right) \end{aligned}$$

$$\sin 2x \cdot \cos x + \sin x = \sqrt{2} \sin 2x$$

$$2 \cdot \sin x \cdot \cos^2 x + \sin x = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \quad | : \sin x \neq 0$$

$$2 \cos^2 x + 1 = 2\sqrt{2} \cos x \quad | : 2$$

Профильный уровень

Основные ошибки

№13

$$\begin{aligned} \text{a) } \sin 2\kappa \cdot \cos \kappa + \sin \kappa &= \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\kappa\right) \\ 2\sin \kappa \cdot \cos \kappa \cdot \cos \kappa + \sin \kappa &= \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\kappa\right) \end{aligned}$$

$\sin \kappa \geq 0 \quad ; \quad \cos^2 \kappa \geq 0$

$$\kappa = \pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad \kappa = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \cos 2x - \sqrt{2} \sin(x + \pi) - 1 &= 0 \\ 1 - 2\sin^2 x + \sqrt{2} \sin x - 1 &= 0 \\ \sin x (-2\sin x + \sqrt{2}) &= 0 \end{aligned}$$
$$\left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{array} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{3\pi}{4} + \pi m, m \in \mathbb{Z} \end{array} \right]$$

Профильный уровень

Основные ошибки

$$a) \cos 2x - \sqrt{2} \sin(x+\pi) - 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$x - 2\sin^2 x - \sqrt{2} (-\sin x) - 1 = 0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x - \sqrt{2} \sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$x = \pi k$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$a) 2 + 2 \cos(\pi - 2x) + \sqrt{8} \sin x = \sqrt{6} + \sqrt{12} \sin x$$

$$2 - 2 \cos 2x + \sqrt{8} \sin x - \sqrt{6} - \sqrt{12} \sin x = 0$$

$$2 - \boxed{1 + 2 \sin^2 x} + 2\sqrt{2} \sin x - \sqrt{6} (1 + \sqrt{2} \sin x) = 0$$

Профильный уровень

Основные ошибки

$$a) 2 + 2 \cos(\pi - 2x) + \sqrt{8} \sin x ~~\sqrt{6} + \sqrt{12} \sin x~~ = \sqrt{6} + \sqrt{12} \sin x$$

$$2 - 2 \cos 2x + \sqrt{8} \sin x + ~~\sqrt{6} + \sqrt{12} \sin x~~ - \sqrt{6} - \sqrt{12} \sin x = 0$$

$$2 - 2(1 - 2 \sin^2 x) + \sqrt{8} \sin x + ~~\sqrt{6} + \sqrt{12} \sin x~~ - \sqrt{6} - \sqrt{12} \sin x = 0$$

$$2 - 2 + 4 \sin^2 x + \sqrt{8} \sin x - \sqrt{6} - \sqrt{12} \sin x = 0$$

$$4 \sin^2 x + \sqrt{8} \sin x - \sqrt{12} \sin x = \sqrt{6}$$

$$4 \sin^2 x + 2\sqrt{2} \sin x - 2\sqrt{3} \sin x = \sqrt{6}$$

$$2 \sin x (\cancel{2} + \sqrt{2} - \sqrt{3}) = \sqrt{6}$$

$$2 \sin x = \sqrt{6}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$2 \sin x = \sqrt{6} + \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$$

Профильный уровень

Основные ошибки

$$a) 2 + 2\cos(\pi - 2x) + \sqrt{8}\sin x = \sqrt{6} + \sqrt{12}\sin x$$

$$2 + 2 \cdot (\cos \pi \cos 2x + \sin \pi \sin 2x) + \sqrt{8}\sin x - \sqrt{12}\sin x - \sqrt{6} = 0$$

$$2 + 2 \cdot ((-1) \cdot \cos 2x + 0 \cdot \sin 2x) + (\sqrt{8} - \sqrt{12})\sin x - \sqrt{6} = 0$$

$$2 - 2\cos 2x + \cancel{2} 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})\sin x - \sqrt{6} = 0$$

$$1 - 1 \cdot \cos 2x + (\sqrt{2} - \sqrt{3})\sin x - \frac{\sqrt{6}}{2} = 0$$

$$1 - (\cos^2 x - \sin^2 x) + (\sqrt{2} - \sqrt{3})\sin x - \frac{\sqrt{6}}{2} = 0$$

$$1 - (1 - 2\sin^2 x) + (\sqrt{2} - \sqrt{3})\sin x - \frac{\sqrt{6}}{2} = 0$$

$$2\sin^2 x + (\sqrt{2} - \sqrt{3})\sin x - \frac{\sqrt{6}}{2} = 0$$

Свершим замену $t = \sin x$.

$$2t^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})t - \frac{\sqrt{6}}{2} = 0 \quad (\text{Нет окончания решения})$$

Профильный уровень

Способы отбора корней тригонометрического уравнения

С помощью тригонометрической окружности, неравенств, организованного перебора, графика, числовой прямой.

Требования к отбору корней с помощью тригонометрической окружности:

- изображение тригонометрической окружности в системе координат,
- указание начала и конца дуги,
- выделение рассматриваемой дуги,
- указание корней, принадлежащих этой дуге,
- возможное обозначение на дуге дополнительных точек, принадлежащих данной дуге.

Профильный уровень

Способы отбора корней тригонометрического уравнения

Требования к отбору корней с помощью организованного перебора:

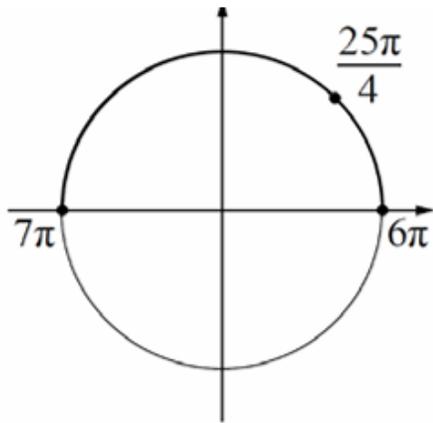
- нахождение значений переменной, принадлежащих заданному интервалу,
- нахождение значений переменной, выходящих за левую и правую границы заданного интервала

Профильный уровень

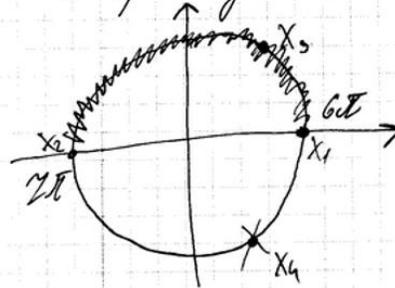
Запись отбора корней тригонометрического уравнения

б) С помощью числовой окружности отберём корни уравнения, принадлежащие отрезку $[6\pi; 7\pi]$.

Получим числа: $6\pi; 7\pi; \frac{25\pi}{4}$.



в) Отберём корни с помощью тригонометрической окружности на промежутке $[6\pi; 7\pi]$



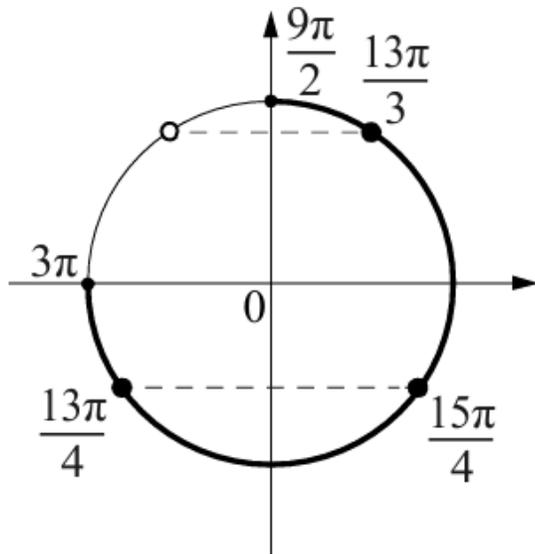
$$\begin{aligned} x_1 &= 6\pi \\ x_2 &= 7\pi \\ x_3 &= 6\pi + \frac{\pi}{4} = \frac{24\pi + \pi}{4} = \frac{25\pi}{4} \\ x_4 &= \dots \end{aligned}$$

$6\pi \leq \pi k \leq 7\pi \quad :\pi$	$6\pi \leq \frac{\pi}{4} + 2\pi k \leq 7\pi \quad \cdot \frac{4}{\pi}$	$6\pi \leq -\frac{\pi}{4} + 2\pi k \leq 7\pi \quad \cdot \frac{4}{\pi}$
$6 \leq k \leq 7$	$24 \leq 1 + 8k \leq 28 \quad -1$	$24 \leq -1 + 8k \leq 28 \quad +1$
т.к. $k \in \mathbb{Z}$, значит	$23 \leq 8k \leq 27 \quad :8$	$25 \leq 8k \leq 29 \quad :8$
$k \in \{6; 7\}$	$2\frac{7}{8} \leq k \leq 3\frac{3}{8}$	$3\frac{1}{8} \leq k \leq 3\frac{5}{8}$
$x \in \{6\pi; 7\pi\}$	т.к. $k \in \mathbb{Z}$, значит	$k \in \emptyset$
	$k \in \{3\}$	
	$x \in \{\frac{25\pi}{4}\}$	

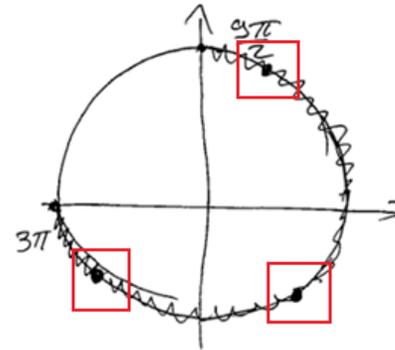
Профильный уровень

Ошибки в при отборе корней уравнения

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

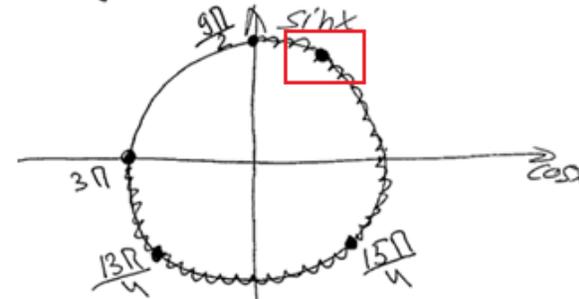


Получим числа: $\frac{13\pi}{4}; \frac{15\pi}{4}; \frac{13\pi}{3}$.



$$\frac{13\pi}{4}, \frac{15\pi}{4}; \frac{13\pi}{3}$$

б) Проведём отбор корней на тригонометрической окружности. Отметим промежутки: $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$



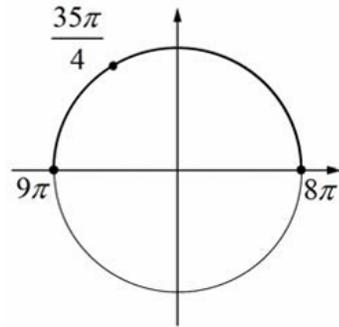
$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{13\pi}{4} \\x_2 &= \frac{15\pi}{4} \\x_3 &= \frac{13\pi}{3}\end{aligned}$$

Профильный уровень

Ошибки в при отборе корней уравнения

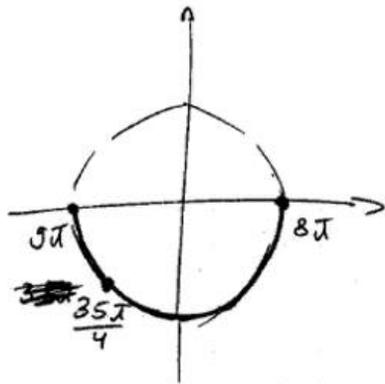
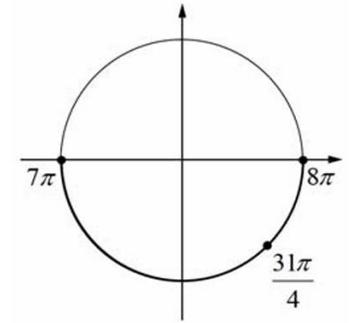
б) С помощью числовой окружности отберём корни уравнения, принадлежащие отрезку $[8\pi; 9\pi]$.

Получим числа: $8\pi; 9\pi; \frac{35\pi}{4}$.



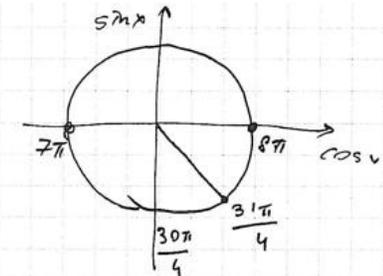
б) С помощью числовой окружности отберём корни уравнения, принадлежащие отрезку $[7\pi; 8\pi]$.

Получим числа: $7\pi; 8\pi; \frac{31\pi}{4}$.



Ответ: $8\pi, 8\pi, \frac{35\pi}{4}$

$$\delta) \begin{cases} X \in [7\pi; 8\pi] \\ X = \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ X = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ X = \frac{-\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



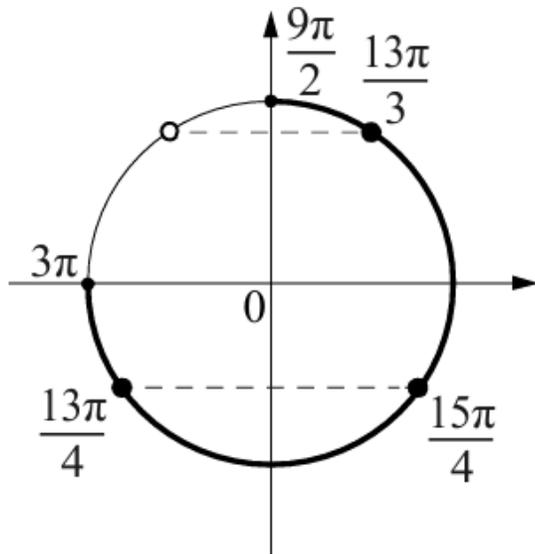
$$\begin{cases} X = 7\pi \\ X = \frac{31\pi}{4} \\ X = 8\pi \end{cases}$$

(Отсутствует дуга на окружности)

Профильный уровень

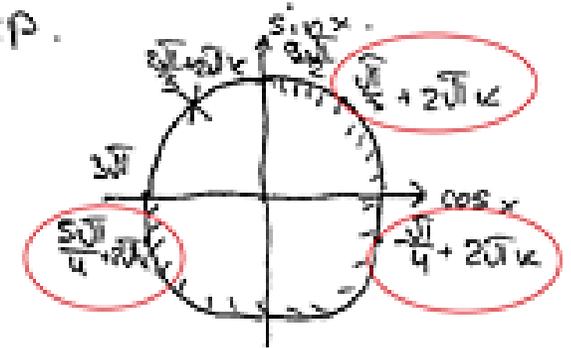
Ошибки в при отборе корней уравнения

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

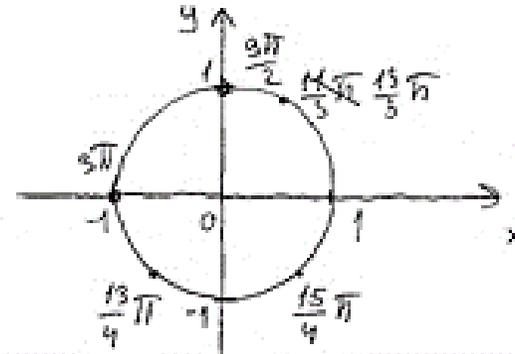


Получим числа: $\frac{13\pi}{4}; \frac{15\pi}{4}; \frac{13\pi}{3}$.

Отберём корни по триг. окр. принадлежащие $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$



Начертили тригонометрическую окружность и отметили на ней решения и промежутки



$x \in \left\{ \frac{13\pi}{4}; \frac{15\pi}{4}; \frac{13\pi}{3} \right\}$

(Отсутствует дуга на окружности)

Задания с развернутым ответом

15

Решите неравенство $\frac{27^x - 9^{x+1} + 3^{x+3} - 27}{50x^2 - 110x + 60,5} \geq 0$.

Ответ: $[1; 1,1); (1,1; +\infty)$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 1, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Профильный уровень

Ошибки в преобразованиях, формулах

$$\frac{27^x - 9^{x+1} + 3^{x+3} - 27}{50x^2 - 110x + 60,5} \geq 0$$

Преобразуем

$$\frac{3^{3x} - 9 \cdot 3^{2x} + 27 \cdot 3^x - 27}{50x^2 - 110x + 60,5} \geq 0$$

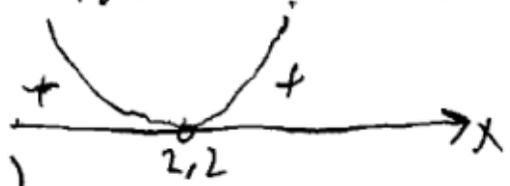
ОГР. $50x^2 - 110x + 60,5 \neq 0 \quad | \cdot 2$

$$100x^2 - 220x + 121 \neq 0$$

$D = (-220)^2 - 4 \cdot 100 \cdot 121 = 48400 - 48400 = 0$

$x \neq \frac{220}{100}; x \neq 2,2$

$x \in (-\infty; 2,2); (2,2; +\infty)$



Профильный уровень

Ошибки при решении неравенств

$$\frac{27^x - 9^{x+1} + 3^{x+3} - 27}{50x^2 - 110x + 60,5} \geq 0$$

$$27^x - 9^x \cdot 9 + 3^x \cdot 3^3 - 27 = 0$$

$$3^{3x} - 3^{2x} \cdot 9 + 3^x \cdot 27 - 27 = 0$$

пусть $3^x = t, t > 0$

$$t^3 - 9t^2 + 27t - 27 = 0$$

$$t(t^2 - 9t + 27) = 27$$

$$t_1 = 27$$

$$t^2 - 9t = 0$$

$$t(t - 9) = 0$$

$$t_2 = 0$$

$$t - 9 = 0$$

$$t_3 = 9$$

$$t_1 = 27$$

$$t_2 = 0$$

$$t_3 = 9$$

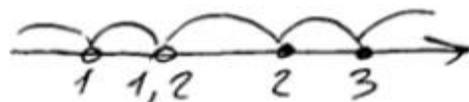
возвращаемся к
замени

$$3^x = 27 \quad 3^x = 0 \quad 3^x = 9$$

$$x = 3 \quad x = 1 \quad x = 2$$

но 'одз

не подходит



дискриминант:

$$50x^2 - 110x + 60,5 \neq 0$$

$$D = (-110)^2 - 4 \cdot 50 \cdot 60,5 = 100$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{100} = 10$$

$$x_1 \neq \frac{110+10}{2 \cdot 50} = \frac{120}{100} = 1,2$$

$$x_2 \neq \frac{110-10}{2 \cdot 50} = \frac{100}{100} = 1$$

$$\begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 1,2 \end{cases}$$

ответ: $(2; +\infty)$

Профильный уровень

Ошибки при решении неравенств

$$\begin{aligned} & \text{№15} \\ & \frac{27^x - 9^{x+1} + 3^{x+3} - 27}{50x^2 - 110x + 60,5} \geq 0 \end{aligned}$$

$$\frac{27^x - 9 \cdot 9^x + 27 \cdot 3^x - 27}{50(x-1,1)^2} \geq 0$$

$$\frac{3^{3x} - 9 \cdot 3^{2x} + 27 \cdot 3^x - 27}{50(x-1,1)^2} \geq 0$$

$$\frac{t^3 - 9t^2 + 27t - 27}{50(x-1,1)^2} \neq 0$$

$$\frac{(t-3)^3}{50(x-1,1)^2} \geq 0$$

Обратная замена:

$$\frac{(3^x - 3)^3}{50(x-1,1)^2} \geq 0$$

$$3^x - 3 = 0$$

$$x = 1$$

$$\text{Ответ } x \in (-\infty, 1] \cup (1,1, +\infty)$$

ОГР:

$$50x^2 - 110x + 60,5 \neq 0 \quad | \cdot 2$$

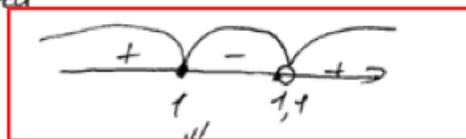
$$100x^2 - 220x + 121 \neq 0$$

$$x_1 + x_2 = 2,2 \quad x_1 = 1,1$$

$$x_1 \cdot x_2 = 1,21 \quad x_2 = 1,1$$
$$50(x-1,1)^2 \neq 0 \quad \boxed{x \neq 1,1}$$

сделаем замену:

$$3^x = t \quad t > 0$$



$$x \in (-\infty, 1] \cup (1,1, +\infty)$$

Задания с развернутым ответом

15

Решите неравенство $\frac{3^x + 9}{3^x - 9} + \frac{3^x - 9}{3^x + 9} \geq \frac{4 \cdot 3^{x+1} + 144}{9^x - 81}$.

Ответ: 1; (2; +∞).

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 1, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	<i>2</i>

Профильный уровень

Ошибки при решении неравенств

$$\frac{3^x+9}{3^x-9} + \frac{3^x-9}{3^x+9} \geq \frac{4 \cdot 3^{x+1} + 144}{9^x - 81}$$

Ограничения: $\begin{cases} 3^x \neq 9 \\ 3^x \neq -9 \\ 9^x \neq 81 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq 2$

$$\frac{(3^x+9)^2 + (3^x-9)^2 - 4 \cdot 3^{x+1} + 144}{(3^x-9)(3^x+9)} \geq 0$$

Пусть $t = 3^x, t > 0$:

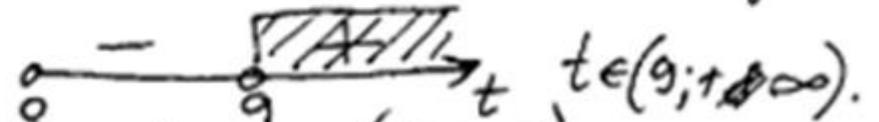
$$\frac{t^2 + 18t + 81 + t^2 - 18t + 81 - 12t + 144}{(t-9)(t+9)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(t^2 - 6t + 153)}{(t-9)(t+9)} \geq 0$$

$t^2 - 6t + 153 > 0$
 $t+9 > 0$ при $t > 0$

Рассмотрим числитель: $2 > 0$; $t^2 - 6t + 153$: $D = 36 - 4 \cdot 153 < 0 \Rightarrow t^2 - 6t + 153 > 0$ всегда

Решим неравенство методом интервалов:



Вернёмся к старым переменным: $3^x \in (9; +\infty) \Rightarrow x \in (2; +\infty)$.

Ответ: $x \in (2; +\infty)$.

Задания с развернутым ответом

15

Решите неравенство $\log_8(x^3 - 3x^2 + 3x - 1) \geq \log_2(x^2 - 1) - 5$.

Ответ: $(1; 31]$.

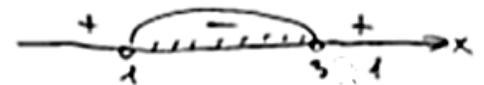
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 31, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Профильный уровень

Ошибки при решении неравенств

$$\log_2 (x^3 - 5x^2 + 5x - 1) \geq \log_2 (x^2 - 1) - 5$$
$$\log_2 (x^3 - 5x^2 + 5x - 1) \geq \log_2 (x - 1)(x + 1) - \log_2 2^5$$
$$\frac{1}{5} \log_2 (x^3 - 5x^2 + 5x - 1) \geq \log_2 (x - 1)(x + 1) - \log_2 32$$
$$\frac{1}{3} \log_2 (x - 1)^3 \geq \log_2 (x - 1)(x + 1) - \log_2 32$$
$$\log_2 (x - 1) \geq \log_2 (x - 1)(x + 1) - \log_2 32$$
$$\log_2 (x - 1) + \log_2 32 \geq \log_2 (x - 1)(x + 1)$$
$$\log_2 (32x - 32) \geq \log_2 (x - 1)(x + 1)$$

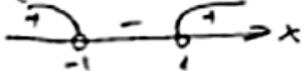
т.к. $2 > 1$, то ф-ция \log_2 монотонно возрастает \Rightarrow знак неравенства сохранился

$$32x - 32 \geq x^2 - 1$$
$$x^2 - 32x + 31 \leq 0$$
$$(x - 31)(x - 1) \leq 0$$


с учетом ограничений: $x \in (1; 31)$

Ответ: $(1; 31)$

* $x^2 - 1 > 0$

$$(x - 1)(x + 1) > 0$$

$$\begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \end{cases}$$

Профильный уровень

Ошибки при решении неравенств

15

Решите неравенство $\frac{(6^x - 1)^2 - 1}{6^x - 2} + \frac{2 \cdot 6^{x+1}}{6^x - 3} \leq 27$.

$$\frac{(6^x - 1)^2 - 1}{6^x - 2} + \frac{2 \cdot 6^{x+1}}{6^x - 3} \leq 27$$

$$\frac{6^{2x} - 6^x \cdot 2 + 1 - 1}{6^x - 2} + \frac{2 \cdot 6^x \cdot 6}{6^x - 3} \leq 27$$

$$\frac{6^x(6^x - 2)}{6^x - 2} + \frac{12 \cdot 6^x}{6^x - 3} \leq 27$$

$$6^x + \frac{12 \cdot 6^x}{6^x - 3} \leq 27$$

$$\frac{6^{2x} - 3 \cdot 6^x + 12 \cdot 6^x}{6^x - 3} - 27 \leq 0$$

$$6^{2x} + 9 \cdot 6^x - 27 \cdot 6^x + 81 \leq 0$$

ОДЗ:

$$6^x > 0$$

$$6^x - 2 > 0 \quad 6^x - 3 > 0$$

$$6^x > 2 \quad 6^x > 3$$

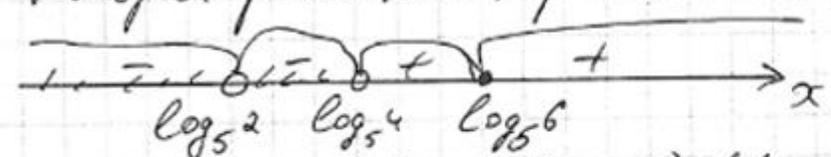
Профильный уровень

Ошибки при решении неравенств

15

Решите неравенство $\frac{(5^x - 1)^2 - 1}{5^x - 2} + \frac{5^x}{5^x - 4} \leq 9$.

Ответ: $(-\infty; \log_5 2); (\log_5 2; \log_5 4); \log_5 6$.

Каждый раз при решении неравенства учитывать ^{знаки} ~~с~~

при $x = 0$, $0 \in (-\infty; \log_5 2)$ выражение меньше нуля
при $x = \log_5 3 \in (\log_5 2; \log_5 4)$ выражение меньше нуля
при $x = \log_5 5 \in (\log_5 4; \log_5 6)$ выражение ^{больше} нуля
при $x = 2 \in (\log_5 6; +\infty)$ выражение ^{больше} нуля
 ~~$x \in (-\infty; \log_5 2) \cup (\log_5 2; \log_5 6)$~~
Ответ: $x \in (-\infty; \log_5 2) \cup (\log_5 2; \log_5 6)$

Задания с развернутым ответом

16

В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма платежей после полного погашения кредита должна быть на 77 200 рублей больше суммы, взятой в кредит?

Ответ: 182 000.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
	<i>Максимальный балл</i>
	2

Профильный уровень

Варианты записи решения задачи экономического содержания

S - тело займа (сколько рублей планируется взять в банке)

$r = 20\%$, процент по кредиту

x - ежемесячная выплата

- в январе 2027 года тело займа равно $S + \frac{r}{100} S$
в феврале по июлю 2027 он выплачивается $x \Rightarrow$ бюджет займа $S(1 + \frac{r}{100}) - x$
- в январе 2028 года тело займа равно $S(1 + \frac{r}{100}) - x + \frac{r}{100}(S(1 + \frac{r}{100}) - x)$
с февраля по июлю 2028 он выплачивается $x \Rightarrow$ бюджет займа
 $(1 + \frac{r}{100})(S(1 + \frac{r}{100}) - x) - x$
- в январе 2029 года тело займа равно $(1 + \frac{r}{100})((1 + \frac{r}{100})(S(1 + \frac{r}{100}) - x) - x)$
с февраля по июлю 2029 он выплачивается остаток займа:
 $(1 + \frac{r}{100})((1 + \frac{r}{100})(S(1 + \frac{r}{100}) - x) - x) - x = 0$

Также известно, по условиям выплачивается на 77200 руб. больше

$$\text{тел. займа} \Rightarrow 3x - S = 77200$$

$$1 + \frac{r}{100} = 1 + \frac{20}{100} = 1,2$$

$$1,2 \left(1,2 \left(1,2 \left(\frac{3x - 77200}{S} \right) - x \right) - x \right) - x = 0$$

Профильный уровень

Варианты записи решения задачи экономического содержания

$d = 1 + \frac{r}{100} = 1,2$ S - сумма взятая в кредит
 x (руб) - платеж, выплачиваемый ~~то~~ каждый год

$$1_2 \quad Sd - x$$

$$2_2 \quad (Sd - x)d - x$$

$$3_2 \quad ((Sd - x)d - x)d - x = 0$$

$$\begin{cases} 3x = S + 77200 \\ ((Sd - x)d - x)d - x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (Sd^2 - xd - x)d - x = 0 \\ x = \frac{S + 77200}{3} \end{cases}$$

Профильный уровень

Варианты записи решения задачи экономического содержания

Пусть S - сумма, взятая в кредит, p - платеж ~~за один~~ ^{за один} ежемесячный период.

	Июль	Август	Сентябрь - Июнь.
1. 26/27	$S_1 = S$	$1,2 S_1$	$1,2 S_1 - p = S_2$;
2. 27/28	S_2	$1,2 S_2$	$1,2 S_2 - p = S_3$;
3. 28/29	S_3	$1,2 S_3$	$1,2 S_3 - p = 0$.

Итого $3p = S + 77200$ и $0 = 1,2 S_3 - p = 1,2(1,2 S_2 - p) - p = 1,2(1,2(1,2 S - p) - p) - p$

$$\Leftrightarrow 1,2^3 S = (1 + 1,2 + 1,2^2) p = \frac{1,2^3 - 1}{1,2 - 1} p = \frac{1}{3} \frac{1,2^3 - 1}{1,2 - 1} (S + 77200) \Leftrightarrow$$

Профильный уровень

Варианты записи решения задачи экономического содержания

S - сумма кредита

20% - ставка

x - выплата в июне (любой мес. с февраля по июнь, это нужно для табл)

$$3x = S + 77200$$

Найти: $S = ?$

2026 взяли S .

	ЯНВ	ИЮНЬ
2027	$1,2S$	$1,2S - x$
2028	$1,2^2S - 1,2x$	$1,2^2S - 1,2x - x$
2029	$1,2^3S - 1,2^2x - 1,2x$	$1,2^3S - 1,2^2x - 1,2x - x$

$\Rightarrow 1,2^3S - 1,2^2x - 1,2x - x = 0$

Задания с развернутым ответом

18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\left(4x - 3|x + a^2| + |x - 1| + 3a^2\right)^2 - (a + 1)\left(4x - 3|x + a^2| + |x - 1| + 3a^2\right) + 4 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

Ответ: $a < -5$; $3 < a < 4$; $a > 4$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого только включением точек $a = -5$ и / или $a = 3$	3
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого только включением точки $a = 4$, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения	2
Задача верно сведена к исследованию расположения корней квадратного уравнения $y^2 - (a + 1)y + 4 = 0$, где $y = 4x - 3 x + a^2 + x - 1 + 3a^2$	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
4	

Профильный уровень

Основные ошибки

№ 18

$$(4x-3|x+a^2|+|x-7|+3a^2)^2 - (a+1)(4x-3|x+a^2|+|x-7|+3a^2)+4=0$$

пусть $(4x-3|x+a^2|+|x-7|+3a^2) = t$, тогда ~~и~~ ^{из этого уравнения x} имеет два

различных решения только тогда, когда t имеет два решения

$$t^2 - (a+1)t + 4 = 0$$

$$D > 0$$

$$a^2 + 1 + 2a - 16 > 0$$

$$a^2 + 2a - 15 > 0$$

$$(a-3)(a+5) > 0$$



при
значит $a \in (-\infty; -5) \cup (3; +\infty)$ t имеет два решения

Ответ: $(-\infty; -5) \cup (3; +\infty)$

Проблемы:

- 1) Не определен характер монотонности кусочно-линейной функции $(4x-3|x+a^2|+|x-7|+3a^2) = t$
- 2) Нет исследования уравнения $t^2 - (a+1)t + 4 = 0$ на предмет количества корней.

Ответ: $a < -5; 3 < a < 4; a > 4.$

Демонстрационный вариант (профильный уровень)

18

Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 - 5x - y + 3) \cdot \sqrt{x - y + 3} = 0, \\ y = 3x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

ИЛИ

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\left(|x - a^2| + |x + 1| \right)^2 - 7 \left(|x - a^2| + |x + 1| \right) + 4a^2 + 4 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

Профильный уровень

Методы решения задач с параметрами

Аналитические методы

- Установление вида функции в зависимости от параметра.
- Нахождение области существования функции (для рассмотрения случаев с посторонними корнями).
- Применение свойств функций (непрерывность, монотонность, четность, нечетность, ограниченность, периодичность).

Графические методы

- Переход в систему координат xOy или xOa .
- Ключевые точки и значения параметра должны быть получены из конкретных уравнений.

Профильный уровень

Диагностика образовательных достижений

18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$x^4 - x^2 - 4ax + 4a^2 = \sin \frac{\pi(x+2)}{2} - 2$$

имеет хотя бы один корень.

Решение.

Преобразуем уравнение:

$$x^4 - 2x^2 + 1 + x^2 - 4ax + 4a^2 = \sin \frac{\pi(x+2)}{2} - 1; \quad (x^2 - 1)^2 + (x - 2a)^2 = \sin \frac{\pi(x+2)}{2} - 1.$$

Откуда получаем:

$$\begin{cases} \sin \frac{\pi(x+2)}{2} - 1 = 0, \\ (x^2 - 1)^2 = 0, \\ (x - 2a)^2 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} \sin \frac{\pi(x+2)}{2} = 1, \\ x^2 = 1, \\ x = 2a. \end{cases}$$

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обосновано получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого только включением $a = -0,5$	3
С помощью верного рассуждения задача сведена к исследованию системы уравнений	2
Задача верно сведена к исследованию уравнения $(x^2 - 1)^2 + (x - 2a)^2 = \sin \frac{\pi(x+2)}{2} - 1$	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4



Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»

ФИПИ

[О нас](#) • [ЕГЭ](#) • [ОГЭ](#) • [ГВЭ](#) • [Навигатор подготовки](#) • [Методическая копилка](#) • [Журнал ФИПИ](#) • [Услуги](#) • [Обратиться в ФИПИ](#)

[Открытый банк заданий ЕГЭ](#)

[Открытый банк заданий ОГЭ](#)

[Итоговое сочинение](#)

[Итоговое собеседование](#)

[Иностранным гражданам](#)

[Открытый банк оценочных средств по русскому языку](#)

[Открытый банк заданий для оценки естественнонаучной грамотности](#)

[Открытый банк заданий ГВЭ-9](#)

[Открытый банк заданий для оценки читательской грамотности](#)

[ФГБНУ «ФИПИ»](#) → [ЕГЭ](#) → [Открытый банк заданий ЕГЭ](#)

Открытый банк заданий ЕГЭ

[Открытый банк заданий ЕГЭ](#)



ПОДБОР ЗАДАНИЙ

Кол-во заданий: 978

1 2 3 4 5 6 7 8 ... 98

Выбрать страницу



Впишите правильный ответ.

Даны векторы $\vec{a} (25; 0)$ и $\vec{b} (1; -5)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - 4\vec{b}$.

i

Номер: 40B442



Статус задания: НЕ РЕШЕНО

ОТВЕТИТЬ

Впишите правильный ответ.



ФИПИ

на отличном по русскому языку с Р.А. Гусевым

[О нас](#)

[ЕГЭ](#)

[ОГЭ](#)

[ГВЭ](#)

[Навигатор подготовки](#)

[Методическая копилка](#)

[Журнал ФИПИ](#)

[Услуги](#)

[Обратиться в ФИПИ](#)

Математика

I. Рекомендации по самостоятельной подготовке

- [Рекомендации по самостоятельной подготовке к ЕГЭ по математике \(2025 г.\)](#)
- [Рекомендации по самостоятельной подготовке к ЕГЭ по математике \(2024 г.\)](#)
- [Рекомендации по самостоятельной подготовке к ЕГЭ по математике, профильный уровень \(2023 г.\)](#)
- [Рекомендации по самостоятельной подготовке к ЕГЭ по математике, базовый уровень \(2023 г.\)](#)
- [Рекомендации по самостоятельной подготовке к ЕГЭ по математике, профильный уровень \(2022 г.\)](#)
- [Рекомендации по самостоятельной подготовке к ЕГЭ по математике, базовый уровень \(2020 г.\)](#)
- [Рекомендации по самостоятельной подготовке к ЕГЭ по математике, профильный уровень \(2020 г.\)](#)

II. Подготовка по темам:

базовый уровень

- [Числа, уравнения, неравенства, функции \(pdf\)](#)
- [Практико-ориентированные задачи \(pdf\)](#)
- [Алгебра и арифметика. Вероятность \(pdf\)](#)

профильный уровень

- [Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические выражения \(pdf\)](#)
- [Текстовые задачи \(pdf\)](#)
- [Уравнения \(pdf\)](#)
- [Неравенства \(pdf\)](#)
- [Функции, производная, первообразная \(pdf\)](#)



Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»

ФИПИ

**И.В. Ященко, И.Р. Высоцкий, П.И. Самсонов,
А.В. Семенов**

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
для учителей, подготовленные
на основе анализа типичных ошибок
участников ЕГЭ 2025 года

по **МАТЕМАТИКЕ**

Полноценно подготовиться к экзамену можно, лишь изучая математику во всем разнообразии ее методов; необходимо уделять должное внимание развитию логики и математической речи, в том числе устной, умению выражать мысли на бумаге доходчиво, просто и доказательно. В этом могут помочь открытый банк ФИПИ, сборники задач и вариантов, если их использовать как источник идей и для проверки собственных достижений, но не как коллекцию репетиционных материалов.