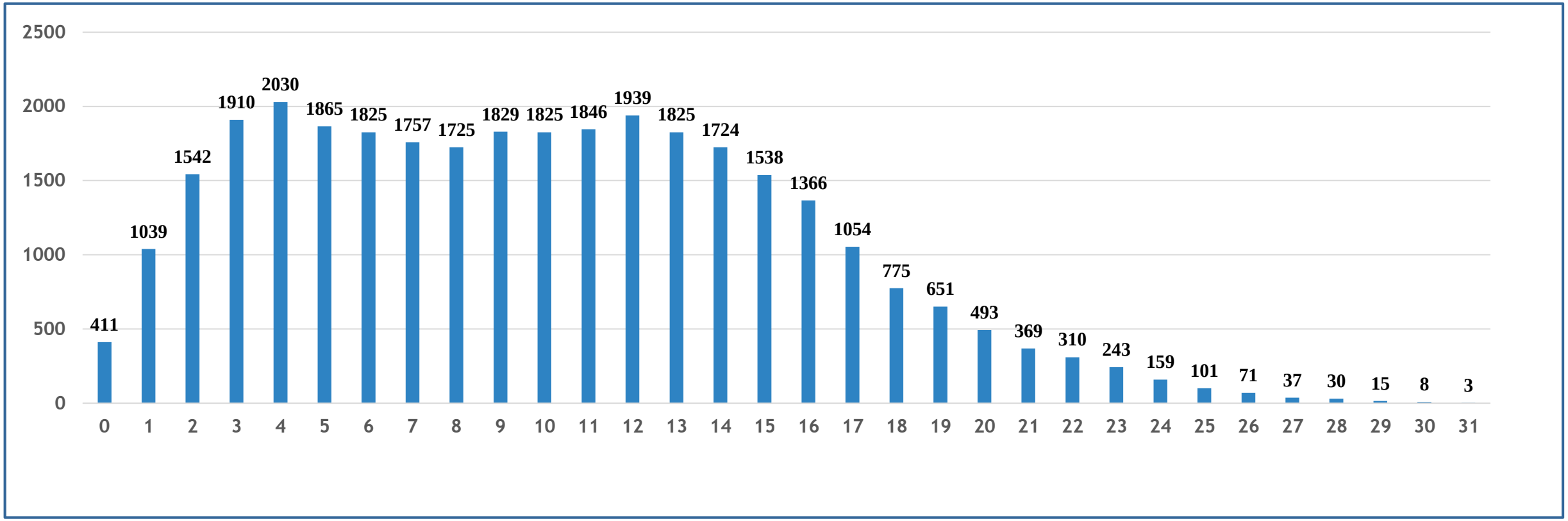
НОВОСИБИРСКИЙ ИНСТИТУТ МОНИТОРИНГА И РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

Результаты тренировочного мероприятия в 9 классах по учебному предмету «Математика»

Подолян Елена Вячеславовна,
к.п.н., доцент кафедры инженерной математики НГТУ, председатель предметной комиссии Новосибирской области

НОВОСИБИРСК 2026

Диаграмма распределения тестовых баллов участников предметной диагностической работы



Первичный балл	0-7	8-14	15-21	22-31
Отметка	2	3	4	5

Задания части 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	17,94%	42,29%	72,02%	79,33%	80,87%	46,85%	23,49%	59,77%	48,44%	40,45%
1	82,06%	57,71%	27,98%	20,67%	19,13%	53,15%	76,51%	40,23%	51,56%	59,55%

№ задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0	46,94%	63,08%	46,68%	49,71%	48,03%	61,96%	48,96%	34,17%	43,68%
1	53,06%	36,92%	53,32%	50,29%	51,97%	38,04%	51,04%	65,83%	56,32%

Задания части 2

№ задания	20	21	22	23	24	25
0	92,94%	89,68%	98,18%	94,70%	98,37%	99,65%
1	0,23%	2,48%	1,21%	1,67%	0,94%	0,06%
2	6,83%	7,84%	0,60%	3,63%	0,69%	0,29%

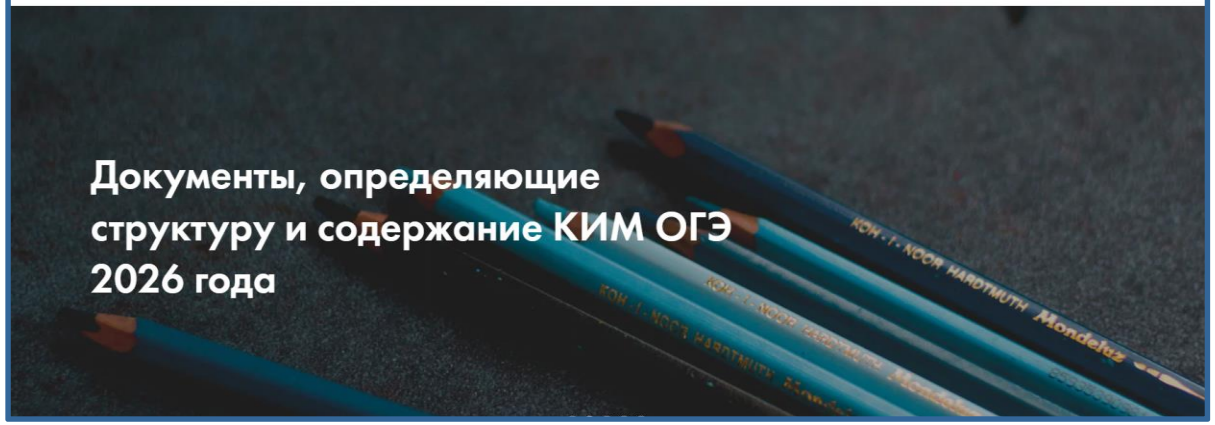
Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки
ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»
ФИПИ

О нас ▾ ЕГЭ ▾ ОГЭ ▾ ГВЭ ▾ Навигатор подготовки ▾ Методическая копилка ▾ Журнал ФИПИ Услуги ▾ Обратиться в ФИПИ

Открытый банк заданий ЕГЭ Открытый банк заданий ОГЭ Итоговое сочинение Итоговое собеседование Иностранным гражданам

Открытый банк оценочных средств по русскому языку Открытый банк заданий для оценки естественнонаучной грамотности Открытый банк заданий ГВЭ-9

Открытый банк заданий для оценки читательской грамотности



Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки
ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»
ФИПИ

О нас ▾ ЕГЭ ▾ ОГЭ ▾ ГВЭ ▾ Навигатор подготовки ▾ Методическая копилка ▾ Журнал ФИПИ Услуги ▾

Открытый банк заданий ЕГЭ Открытый банк заданий ОГЭ Итоговое сочинение Итоговое собеседование Иностранным гражданам

Открытый банк оценочных средств по русскому языку Открытый банк заданий для оценки естественнонаучной грамотности Открытый банк заданий ГВЭ-9

Открытый банк заданий для оценки читательской грамотности

ФГБНУ «ФИПИ» → Навигатор подготовки → Навигатор самостоятельной подготовки к ОГЭ

Навигатор самостоятельной подготовки к ОГЭ

- Русский язык
- Математика
- Физика

Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки
ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»
ФИПИ

О нас ▾ ЕГЭ ▾ ОГЭ ▾ ГВЭ ▾ Навигатор подготовки ▾ Методическая копилка ▾ Журнал ФИПИ Услуги ▾ Обратиться в ФИПИ

Открытый банк заданий ЕГЭ Открытый банк заданий ОГЭ Итоговое сочинение Итоговое собеседование Иностранным гражданам

Открытый банк оценочных средств по русскому языку Открытый банк заданий для оценки естественнонаучной грамотности Открытый банк заданий ГВЭ-9

Открытый банк заданий для оценки читательской грамотности

ФГБНУ «ФИПИ» → ЕГЭ → Демоверсии, спецификации, кодификаторы

Демоверсии, спецификации, кодификаторы

ФИПИ

О нас ЕГЭ ОГЭ ГВЭ Навигатор подготовки Методическая копилка Журнал ФИПИ Услуги Обратиться в ФИПИ

Математика

I. Рекомендации по самостоятельной подготовке

- Рекомендации по самостоятельной подготовке к ОГЭ по математике - 2026
- Рекомендации по самостоятельной подготовке к ОГЭ по математике - 2025
- Рекомендации по самостоятельной подготовке к ОГЭ по математике - 2024
- Рекомендации по самостоятельной подготовке к ОГЭ по математике - 2020

II. Подготовка по темам:

- Действия с числами. Координатная прямая. Вероятность
- Алгебра, базовый уровень
- Треугольники
- Окружность и круг
- Практико-ориентированные задачи
- Четырёхугольники

Федеральный институт педагогических измерений
ОТКРЫТЫЙ БАНК ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ

Открытый банк заданий ОГЭ | Математика

ПОДБОР ЗАДАНИЙ — Кол-во заданий: 3547

1 ... 4 5 6 **7** 8 9 10 ... 355 — Выбрать страницу

Впишите правильный ответ.

В среднем из 150 карманных фонариков, поступивших в продажу, восемнадцать неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

Номер: 2BD043 — Статус задания: **НЕ РЕШЕНО** — ОТВЕТИТЬ

Выберите правильный ответ.

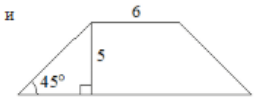
Укажите решение неравенства
$x^2 - 36 > 0$.

1) $(-\infty; +\infty)$
2) $(-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$
3) $(-6; 6)$
4) нет решений

Номер: 2FAC43 — Статус задания: **НЕ РЕШЕНО** — ОТВЕТИТЬ

Впишите правильный ответ.

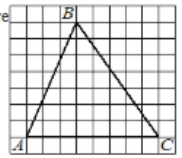
В равнобедренной трапеции известны высота, меньшее основание и угол при основании (см. рисунок). Найдите большее основание.



Номер: D5D947 — Статус задания: **НЕ РЕШЕНО** — ОТВЕТИТЬ

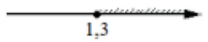
Впишите правильный ответ.

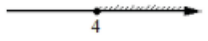
На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC. Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AC.



Выберите правильный ответ.

Укажите решение системы неравенств
$\begin{cases} x - 4 \geq 0, \\ x - 0{,}3 \geq 1. \end{cases}$

1) 

2) 

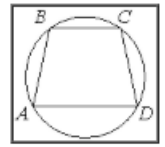
3) 

4) 

Номер: D2DF4D — Статус задания: **НЕ РЕШЕНО** — ОТВЕТИТЬ

Впишите правильный ответ.

Угол A трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC, вписанной в окружность, равен 59°. Найдите угол B этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Номер: D5834D — Статус задания: **НЕ РЕШЕНО** — ОТВЕТИТЬ

Впишите правильный ответ.

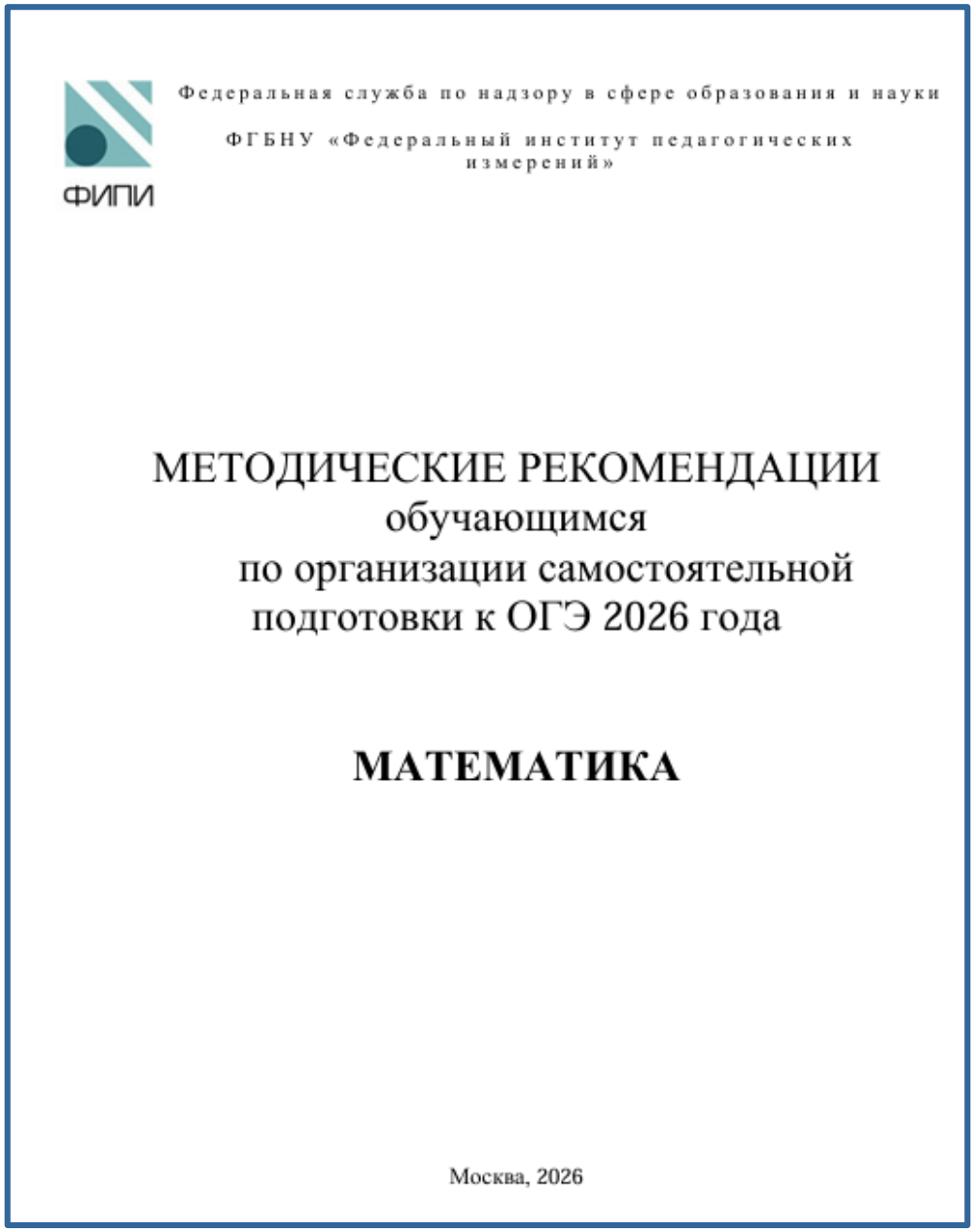
Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{1}{16} \cdot x^6 y^4}$ при $x = 2$ и $y = 5$.

Номер: D4F24A — Статус задания: **НЕ РЕШЕНО** — ОТВЕТИТЬ

Впишите правильный ответ.

Найдите значение выражения $\frac{9^{-6} \cdot 9^{15}}{9^7}$.

Номер: D32446 — Статус задания: **НЕ РЕШЕНО** — ОТВЕТИТЬ



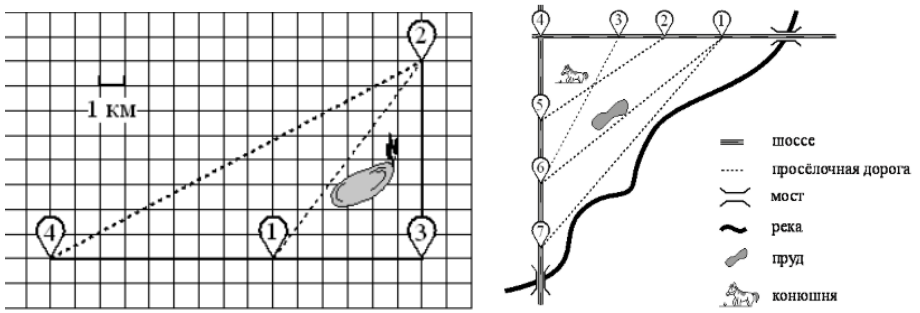
Этапы индивидуальной подготовки

1. Определите уровень своей подготовки.
2. Сформулируйте свою цель.
3. Выстройте стратегию подготовки к экзамену.
4. Определите график подготовки к экзамену.

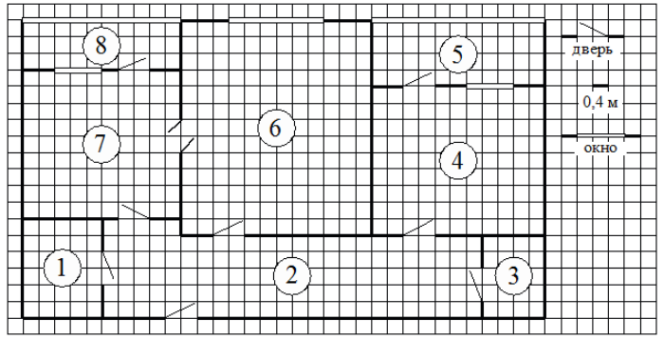
Обязательные для рассмотрения варианты заданий

Задания № 1-5

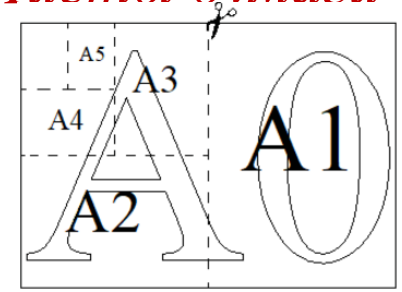
Дороги (план местности)



Квартира

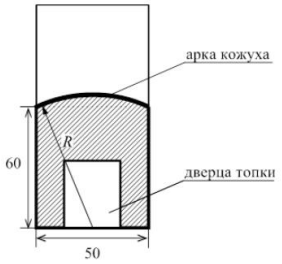


Листы бумаги

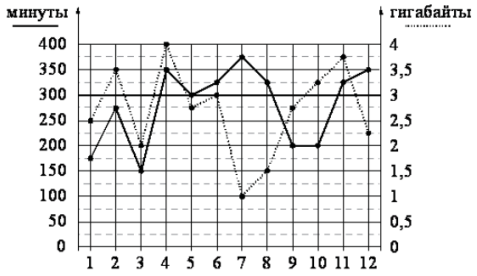


Печь для бани

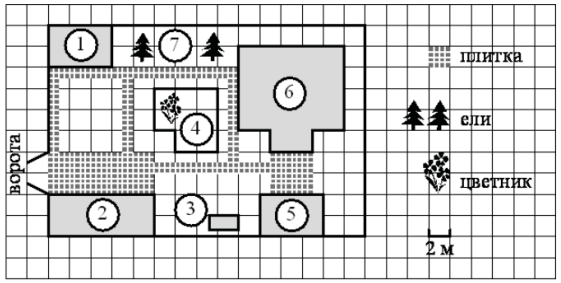




Тарифы

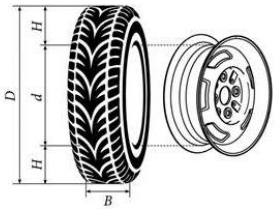


Участок



Шины





Рекомендации по решению некоторых задач

Практико-ориентированные задачи

Пример 1

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5



Рис. 1



Рис. 2

Автомобильное колесо представляет собой металлический диск с установленной на него резиновой шиной. Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине. Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений, например 195/65 *R*15 (рис. 1). Первое число означает ширину шины B в миллиметрах. Второе число означает высоту боковины шины H в процентах ширины. В приведённом примере ширина шины равна 195 мм, а высота боковины равна 65 % от 195, то есть 126,75 мм. Буква R обозначает тип конструкции шины: шина радиальная, то есть нити каркаса в шине расположены вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной конструкции. За буквой указан диаметр d диска в дюймах. На рисунке шина рассчитана на диск диаметром 15 дюймов. В одном дюйме 25,4 мм. Таким образом, зная маркировку шины, можно найти общий диаметр D колеса. Завод производит легковые автомобили определённой модели и устанавливает на них колёса с шинами маркировки 165/70 *R*13.

1

Завод допускает установку шин разных размеров. В таблице показаны разрешённые размеры шин.

Ширина шины (мм)	Диаметр диска (дюймы)		
	13	14	15
165	165/70	165/65	–
175	175/65	175/65; 175/60	–
185	185/65; 185/60	185/60	185/55
195	195/60	195/55	195/55; 195/50

Шины какой наименьшей ширины можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 15 дюймам? Ответ дайте в миллиметрах.

Комментарий. Задание на внимательное чтение условия и сопоставление описания и таблицы. В столбце, соответствующем 15 дюймам, находим, что возможными значениями ширины шин могут быть 185 или 195. Наименьшим из них будет 185.

Ответ: 185.

2

На сколько миллиметров радиус колеса с шиной 205/55 *R*14 больше, чем радиус колеса с шиной 165/65 *R*14?

Комментарий. Необходимо вспомнить определения радиуса и диаметра, а также внимательно выполнить перевод из одних единиц измерения в другие.

Найдём радиус колеса с шириной 205/65*R*14: $205 \cdot 0{,}55 + \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 25{,}4 = 290{,}55$ мм.

Найдём радиус колеса с шириной 165/65 *R*14: $165 \cdot 0{,}65 + \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 25{,}4 = 285{,}05$ мм.

Радиус колеса с шиной 205/55 *R*14 на 5,5 мм больше, чем радиус колеса с шиной 165/65 *R*14: 290,55 – 285,05 = 5,5 мм.

Другой способ решения может быть получен, если заметить, что *R*14 у обеих шин. Значит, разница радиусов колёс с такими шинами зависит только от высоты боковины шины: .. мм.

Ответ: 5,5.

3

Найдите диаметр колеса автомобиля, выходящего с завода. Ответ дайте в миллиметрах.

Комментарий. Необходимо внимательно выполнить перевод из одних единиц измерения в другие, а также вспомнить способы нахождения доли от числа.

Завод устанавливает на автомобили колёса с шинами маркировки 165/70 *R*13.

Диаметр диска: $13 \cdot 25{,}4 = 330{,}2$ мм.

Высота боковины шины: $165 \cdot 0{,}7 = 115{,}5$ мм.

Диаметр колеса: $330{,}2 + 2 \cdot 115{,}5 = 561{,}2$ мм.

Ответ: 561,2.

4

На сколько миллиметров увеличится диаметр колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами 195/50 *R*15?

Комментарий. Необходимо внимательно выполнить перевод из одних единиц измерения в другие.

Диаметр колеса с шинами, установленными на заводе: $330{,}2 + 2 \cdot 115{,}5 = 561{,}2$ мм.

Диаметр колеса с шиной 195/50 *R*15: $381 + 2 \cdot 97{,}5 = 576$ мм.

Разница диаметров: 576 – 561,2 = 14,8 мм.

Ответ: 14,8.

5

На сколько процентов увеличится пробег автомобиля при одном обороте колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами 175/60 *R*14? Результат округлите до десятых.

Комментарий. Необходимо вспомнить формулу длины окружности, а также внимательно выполнить перевод из одних единиц измерения в другие.

Диаметр колеса с шиной, установленной на заводе, – 561,2 мм.

Диаметр колеса с шиной 175/60 *R*14: $355{,}6 + 2 \cdot 105 = 565{,}6$ мм.

Увеличение пробега при одном обороте колеса: $\frac{565{,}6 - 561{,}1}{561{,}1} \cdot 100\ \% \approx 0{,}8\ \%$.

Ответ: 0,8.

Рекомендации по решению некоторых задач

Пример 2

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5

Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Парное отделение имеет размеры: длина 3,5 м, ширина 2,2 м, высота 2 м. Окон в парном отделении нет, для доступа внутрь планируется дверь шириной 60 см, высота дверного проёма 1,8 м. Для прогрева парного отделения можно использовать электрическую или дровяную печь. В таблице представлены характеристики трёх печей.

Номер печи	Тип	Объём помещения (куб. м)	Масса (кг)	Стоимость (руб.)
1	Дровяная	8–12	40	18 000
2	Дровяная	10–16	48	19 500
3	Электрическая	9–15,5	15	15 000

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведения специального кабеля, что обойдётся в 6500 руб.

1 Установите соответствие между массами и номерами печей.
Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Масса (кг)	15	40	48
Номер печи			

Комментарий. Необходимо сопоставить массу печи и её номер. Печь массой 15 кг соответствует номеру 3; массой 40 кг – номеру 1 и массой 48 кг – номеру 2.
Ответ: 312.

2 Найдите объём парного отделения строящейся бани. Ответ дайте в кубических метрах.

Комментарий. Данные о размерах парного отделения приведены в условии задачи. Парное отделение имеет размеры: длина 3,5 м, ширина 2,2 м, высота 2 м.
Используя их, находим нужный объём: $3,5 \cdot 2,2 \cdot 2 = 7 \cdot 2,2 = 15,4$.
Ответ: 15,4.

3 На сколько рублей покупка дровяной печи, подходящей по объёму парного отделения, обойдётся дешевле электрической с учётом установки?

Комментарий. Объём парного отделения был найден в предыдущей задаче. Подходящая дровяная печь имеет номер 2 и стоит 19 500 рублей. Электрическая печь стоит 15 000 рублей, а её установка 6500 рублей, значит, разница составит:

$$(15\,000 + 6500) - 19\,500 = 2000 \text{ (рублей)}.$$

Ответ: 2000.

4 На дровяную печь, масса которой равна 40 кг, сделали скидку 10 %. Сколько рублей стала стоить печь?

Комментарий. Дровяная печь массой 40 кг стоит 18 000 рублей. Тогда её цена со скидкой составит: $0,9 \cdot 18\,000 = 16\,200$ (рублей).
Ответ: 16 200.

5 Хозяин выбрал дровяную печь (рис. 1). Чертёж передней панели печи показан на рисунке 2.



Рис. 1

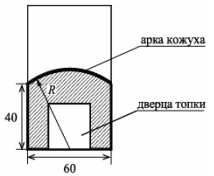
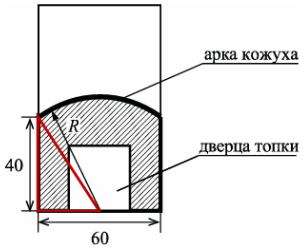


Рис. 2

Печь снабжена кожухом вокруг дверцы топки. Верхняя часть кожуха выполнена в виде арки, приваренной к передней стенке печки по дуге окружности с центром в середине нижней части кожуха (рис. 2). Для установки печки хозяину понадобилось узнать радиус закругления арки *R*. Размеры кожуха в сантиметрах показаны на рисунке. Найдите радиус закругления арки в сантиметрах.

Комментарий. Для ответа на поставленный вопрос применим теорему Пифагора.

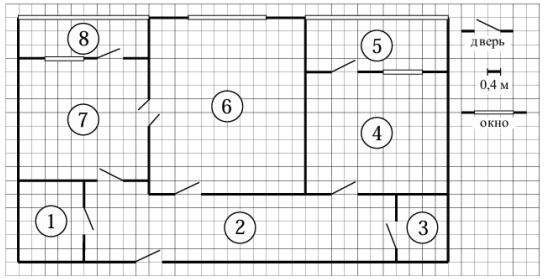


$\sqrt{40^2 + 30^2} = \sqrt{1600 + 900} = \sqrt{2500} = 50.$
Ответ: 50.

Рекомендации по решению некоторых задач

Пример 3

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5



На рисунке изображён план двухкомнатной квартиры в многоэтажном жилом доме. Сторона одной клетки на плане соответствует 0,4 м, а условные обозначения двери и окна приведены в правой части рисунка.

Вход в квартиру находится в коридоре. Слева от входа в квартиру находится санузел, а в противоположном конце коридора — дверь в кладовую. Рядом с кладовой находится спальня, из которой можно пройти на одну из застеклённых лоджий. Самое большое по площади помещение — гостиная, откуда можно попасть в коридор и на кухню. Из кухни также можно попасть на застеклённую лоджию.

1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк перенесите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Объекты	Коридор	Кладовая	Спальня	Кухня
Цифры				

Комментарий. Из описания плана квартиры находим, что коридор обозначен цифрой 2, кладовая – 3, спальня – 4, кухня – 7.
Ответ: 2347.

2 Плитка для пола размером 40 см на 40 см продаётся в упаковках по 12 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить пол на кухне?

Комментарий. Каждая клетка на плане имеет размеры 40 см на 40 см. Значит, для кухни всего нужно 90 плиток размером 40 см на 40 см. Плитки продаются в упаковках по 12 штук, следовательно, необходимо 8 таких упаковок.
Ответ: 8.

3 Найдите площадь гостиной. Ответ дайте в квадратных метрах.

Комментарий. Гостиная обозначена на плане цифрой 6 и имеет форму прямоугольника. Длина одной стороны равна 4,8 м, а другой 5,2 м. Её площадь равна 24,96 кв. м.
Ответ: 24,96.

4 На сколько процентов площадь лоджии, примыкающей к кухне, больше площади кладовой?

Комментарий. Лоджия, примыкающая к кухне, обозначена на плане цифрой 8, и её площадь равна 30 клеткам. Кладовая обозначена на плане цифрой 3, её площадь равна 20 клеткам. Значит, площадь лоджии, примыкающей к кухне, больше площади кладовой на 50 %.
Ответ: 50.

5 В квартире планируется подключить интернет. Предполагается, что трафик составит 650 Мб в месяц, и, исходя из этого, выбирается наиболее дешёвый вариант. Интернет-провайдер предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План «500»	600 руб. за 500 Мб трафика в месяц	2 руб. за 1 Мб сверх 500 Мб
План «1000»	820 руб. за 1000 Мб трафика в месяц	1,5 руб. за 1 Мб сверх 1000 Мб
План «Безлимитный»	900 руб. за неограниченное количество Мб трафика	———

Сколько рублей нужно будет заплатить за интернет за месяц, если трафик действительно будет равен 650 Мб?

Комментарий. Проанализируем каждый из планов для оплаты трафика 650 Мб.
По первому плану оплата составит: $600+2\cdot150=900$ (рублей). По второму плану 820 рублей, а по третьему 900 рублей. Наиболее дешёвый вариант составит 820 рублей.
Ответ: 820.

Задания, которые вызвали затруднения

8 Найдите значение выражения $\sqrt{a^2-12ab+36b^2}$ при $a=8$ и $b=3$.

8 Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{9a^{14}}{a^8}}$ при $a=2$.

8 Найдите значение выражения $\frac{6^{-5}\cdot 6^{13}}{6^7}$.

Задания, которые вызвали затруднения

12

Центростремительное ускорение при движении по окружности $\left(\text{в м/с}^2\right)$ вычисляется по формуле $a=\omega^2 R$, где ω — угловая скорость $\left(\text{в с}^{-1}\right)$, R — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R, если угловая скорость равна $8{,}5\,\text{с}^{-1}$, а центростремительное ускорение равно $650{,}25\,\text{м/с}^2$. Ответ дайте в метрах.

12

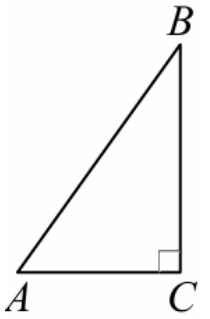
Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P=I^2R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R, если мощность составляет 98 Вт, а сила тока равна 7 А. Ответ дайте в омах.

12

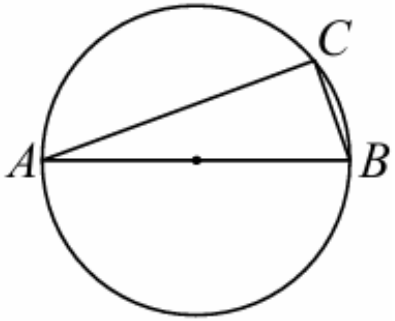
Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S=\dfrac{d_1 d_2 \sin\alpha}{2}$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2, если $d_1=6$, $\sin\alpha=\dfrac{1}{11}$, а $S=3$.

Задания, которые вызвали затруднения

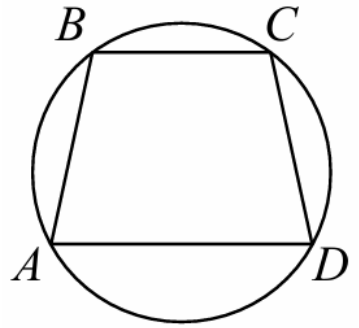
16 В треугольнике ABC известно, что $AC=10$, $BC=24$, угол C равен $90°$. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.



16 Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Найдите угол ABC, если угол BAC равен $17°$. Ответ дайте в градусах.



16 Угол A трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC, вписанной в окружность, равен $31°$. Найдите угол B этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Рекомендации по решению некоторых задач

Задание №14

«При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 10 минут. При этом каждую минуту температура вещества уменьшалась на 9 °С. Найдите температуру вещества в градусах Цельсия через 6 минут после начала проведения опыта, если его начальная температура составляла −6 °С».

Задачу можно решить, записывая по очереди все члены последовательности. Получается следующая таблица.

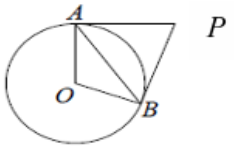
Минуты	1-я минута	2-я минута	3-я минута	4-я минута	5-я минута	6-я минута
Температура, °С	–6 – 9	–24	–33	–42	–51	–60

Значит, через 6 минут охлаждения тела его температура стала равна –60 °С.

Есть другой способ решения этой задачи. Применим формулу n-го члена арифметической прогрессии: $a_n = a_1 + d(n-1)$. Температура вещества через 6 минут – седьмой член прогрессии, следовательно, $a_7 = -6 - 9(7-1) = -6 - 54 = -60$ (°С). В бланк ответов № 1 к этому заданию должен быть записан ответ –60.

Задание №16

«Касательные в точках A и B к окружности с центром в точке O пересекаются под углом 72°. Найдите угол ABO. Ответ дайте в градусах».



Обозначим точку пересечения касательных буквой P. Знание свойств касательных к окружности позволяет сделать вывод о том, что углы PAO и PBO равны 90°. Тогда в четырёхугольнике $OAPB$ известны три угла, а так как сумма всех углов четырёхугольника равна 360°, то угол AOB равен 108°. В треугольнике AOB равны две стороны: OA и OB, значит, он равнобедренный с углом AOB, равным 108°. Тогда искомый угол ABO: $\frac{1}{2}(180° - 108°) = 36°$.

Эту же задачу можно решить иначе, если воспользоваться другим свойством касательной к окружности: отрезки касательных к окружности, проведённые из одной точки, равны.

Тогда треугольник APB равнобедренный с углом APB, равным 72°, следовательно, угол ABP равен 54°. Сумма углов ABP и ABO равна 90°, значит, угол ABO равен 36°.

Однако у касательной к окружности гораздо больше свойств, и если применить свойство о том, что угол между касательной и хордой равен половине дуги, которую он заключает, то можно привести и ещё один способ решения (третий).

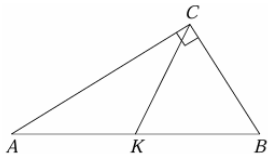
Треугольник APB равнобедренный с углом APB, равным 72°, следовательно, угол ABP равен 54°. Таким образом, дуга AB равна 108°, и центральный угол AOB, который опирается на эту дугу, будет равен 108°. По свойству углов при основании равнобедренного треугольника, угол ABO в треугольнике AOB равен 36°.

Итак, угол ABO равен 36°. В бланк ответов № 1 к этому заданию должен быть записан ответ 36.

Рекомендации по решению некоторых задач

Задание №15

«В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: AC= 6, BC=8. Найдите медиану CK этого треугольника».



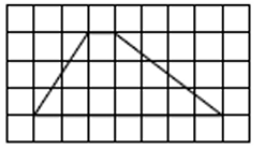
С помощью теоремы Пифагора найдём, что гипотенуза равна 10. Можно сразу использовать известный факт: медиана, проведённая к гипотенузе, равна половине гипотенузы, то есть 5.

Другой способ: опишем около треугольника окружность. Вписанный прямой угол *ACB* опирается на дугу 180°, значит, гипотенуза является диаметром окружности. Центр окружности совпадает с точкой *K*, радиус равен 5, поэтому медиана равна 5.

Задание №18

Задача 18 имеет комбинированное условие. Одна его часть представлена в виде текста, а другая – в виде иллюстрации на клетчатой бумаге, позволяющей извлекать необходимые данные для решения задачи.

Рассмотрим задачу из открытого банка заданий. *«На клетчатой бумаге с размером клетки* 1×1 *изображена трапеция. Найдите длину её средней линии».*



Для того чтобы применить свойство средней линии трапеции, найдём длины её оснований. Из данных на изображении получаем, что одно основание равно 1, а другое – 7. Тогда средняя линия равна 4.

Задачи по геометрии, как правило, могут быть решены разными способами. Поэтому на этапе повторения, обобщения и систематизации знаний необходимо повторить основные приёмы решения таких задач. Полезно выделять те из них, которые часто встречались в решении многих задач.

Задачи с развернутым ответом

Задание №20
Диагностика (март 2026 г.)
Решите неравенство $(x-5)^2<\sqrt{7}(x-5)$.
Решите уравнение $\left(x^2-9\right)^2+\left(x^2-2x-15\right)^2=0$.
Решите систему уравнений $\begin{cases}6x^2+y=14,\\12x^2-y=4.\end{cases}$
Диагностика (декабрь 2025 г.)
Решите уравнение $\frac{1}{(x-2)^2}-\frac{1}{x-2}-6=0$.

Задачи с развернутым ответом

Критерии оценивания задания №20

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущены вычислительные ошибки, с их учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Задачи с развернутым ответом

Задание №20 *Решите неравенство*

1)

$(x-3)^2 < \sqrt{5}(x-3)$

$(x-3)(x+3) < \sqrt{5}(x-3)$

$(x-3)(x+3) - \sqrt{5}(x-3) < 0$

$(x-3)((x+3)-\sqrt{5}) < 0$

Рассмотрим функцию

$f(x) = (x-3)((x+3)-\sqrt{5})$

Нули функции:

$(x-3)((x+3)-\sqrt{5}) = 0$

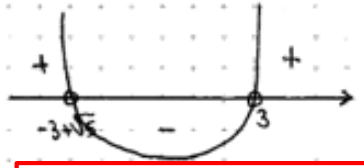
$x-3=0$ или $(x+3)-\sqrt{5}=0$

$x_1 = 3$ $\quad x+3-\sqrt{5}=0$

$x_2 = -3+\sqrt{5}$

Изобразим схематически график функции $f(x) = (x-3)((x+3)-\sqrt{5})$

Квадратичная функция, график парабола, ветви вверх $a>0$

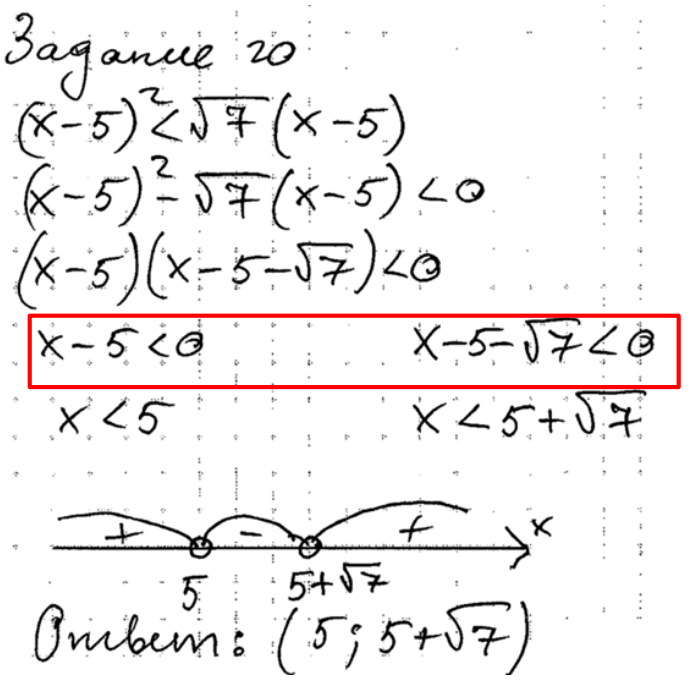


$f(x) < 0$ при $x \in (-3+\sqrt{5};\ 3)$

Ответ: $x \in (-3+\sqrt{5};\ 3)$

Ответ: $(3;\ 3+\sqrt{5})$.

2)



Ответ: $(5;\ 5+\sqrt{7})$.

Задачи с развернутым ответом

Задание №20 *Решите неравенство*

3)

$\sqrt{20}\quad (x-5)^2 < \sqrt{7}\,(x-5)$

$(x-5)^2 - \sqrt{7}\,(x-5) < 0$

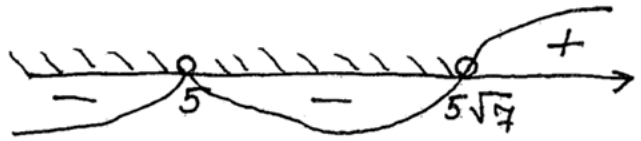
$(x-5)\,(x-5-\sqrt{7}) < 0$

$(x-5)\,(x-5\sqrt{7}) < 0$

Найдем нули:

$x-5=0 \qquad x-5\sqrt{7}=0$

$x=5 \qquad x=5\sqrt{7}$



$x \in (-\infty; 5) \cup (5; 5\sqrt{7})$

Ответ: $x \in (-\infty; 5) \cup (5; 5\sqrt{7})$

Ответ: $(5; 5+\sqrt{7})$.

4)

(20) $(x-3)^2 < \sqrt{5}\,(x-3)$

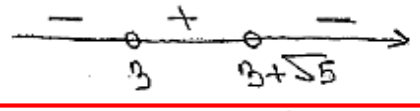
$(x-3)(x-3) - \sqrt{5}\,(x-3) < 0$

$(x-3)(x-3) - \sqrt{5}\,(x-3) = 0$

$(x-3)(x-3-\sqrt{5}) = 0$

$x-3=0 \qquad x-3-\sqrt{5}=0$

$x=3 \qquad x=3+\sqrt{5}$



Неверное определение знаков на промежутках

$x \in (-\infty; 3) \cup (3+\sqrt{5}; +\infty)$

Ответ: $x \in (-\infty; 3) \cup (3+\sqrt{5}; +\infty)$

Ответ: $(3; 3+\sqrt{5})$.

Задачи с развернутым ответом

Задание №20 *Решите неравенство*

5)

20. $(x-3)^2 < \sqrt{5}^1 (x-3)$

$(x-3)^2 - \sqrt{5}^1 (x-3) < 0$

1) $y = (x-3)^2 - \sqrt{5}^1 (x-3)$ – квадратное неравенство, график парабола, ветви вверх

2) $(x-3)\left(\sqrt{5}^1 (x-3)\right) = 0$

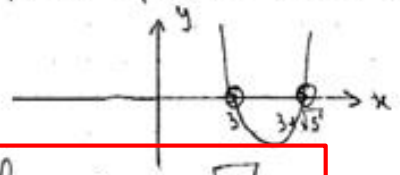
$(x-3)\left((x-3) - \sqrt{5}^1\right) = 0$

$(x-3) = 0 \qquad \left((x-3) - \sqrt{5}^1\right) = 0$

$x = 3 \qquad x = 3 + \sqrt{5}^1$

3) Парабола пересекает ось x в точках 3, $3+\sqrt{5}^1$

4)



$x \in (3; 3+\sqrt{5}^1)$

Ответ: 3; $3+\sqrt{5}^1$

Ответ: $(3; 3+\sqrt{5})$.

6)

Задание 20

$(x-5)^2 < \sqrt{7}(x-5)$

перенесем в левую часть

$(x-5)^2 - \sqrt{7}(x-5) < 0$

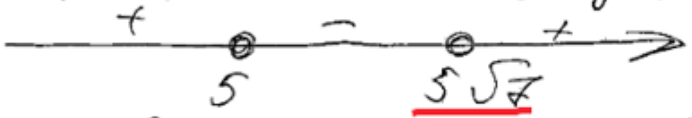
Вынесем $x-5$ за скобку

$(x-5)((x-5\sqrt{7}) < 0$

$(x-5)(x-5\sqrt{7}) < 0$

$x = 5 \qquad x = 5\sqrt{7}$

наносим на числовую прямую



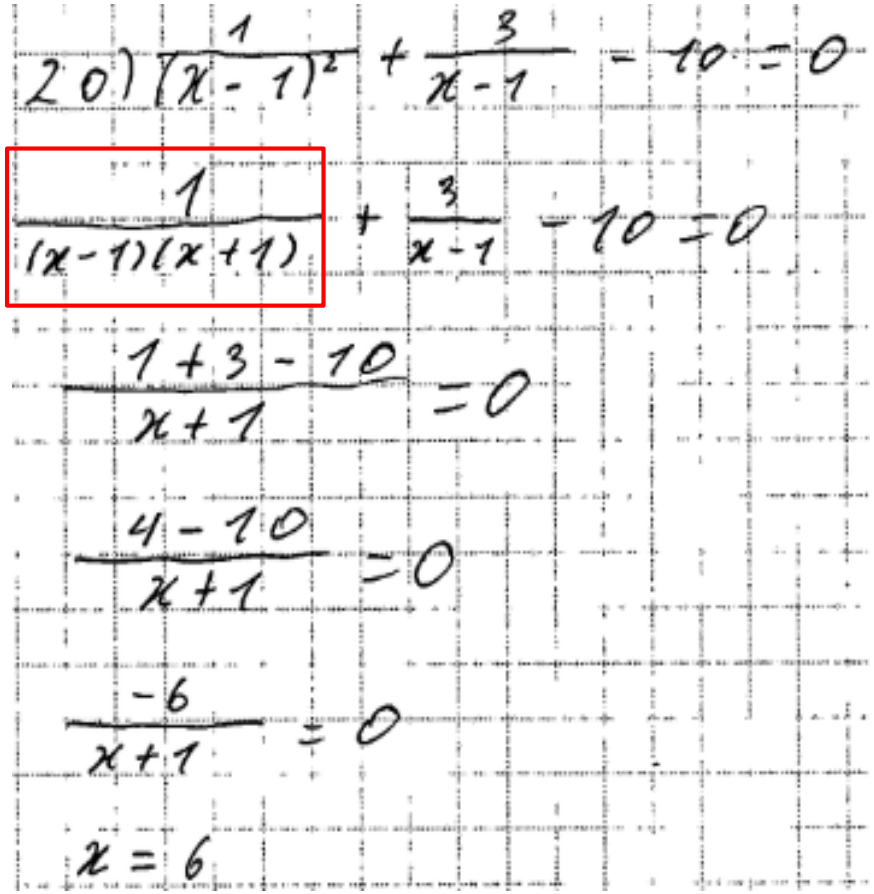
Ответ: $(5; 5\sqrt{7})$.

Ответ: $(5; 5+\sqrt{7})$.

Задачи с развернутым ответом

Задание №20 *Решите уравнение*

7)



8)

$(x^2-4)^2+(x^2-6x-16)^2=0$

Сумма квадратов 2 чисел равна нулю только тогда, когда оба числа равны нулю.

$x^2-4=0;\ x^2-6x-16=0$

Значит $x^2-4=x^2-6x-16$

$x^2-4-x^2+6x+16=0$

$6x+12=0$

$6x=-12$

$x=\frac{-12}{6}$

$x=-2$

Ответ: $x=-2$

Нет проверки равенства нулю хотя бы одного выражения для общего корня

Ответ: -2.

Задачи с развернутым ответом

Задание №20 *Решите уравнение*

9)

$(x^2-4)^2+(x^2-6x-16)^2=0$.

$x^2-4=0$ $\quad x^2-6x-16=0$.

$x=4$. $\quad D=36-4\cdot1\cdot(-16)=100$ $\sqrt{D}=10$.

$x_1=2$

$x_2=-2$. $\quad x_1=\frac{6+10}{2}=8$

$x_2=\frac{6-10}{2}=-2$

Ответ: -2.

Проверка!

$(-2^2-4)^2+(-2^2-6\cdot(-2)-16)^2=0$

$(0)^2+(4+12-16)^2=0$.

$0+0=0$

$0=0$.

Ответ: -2.

10) $(x^2-4)^2+(x^2-6x-16)^2=0$

$x^2-4=0$ и $x^2-6x-16=0$

$x^2=\sqrt{4}$ $\quad D=b^2-4ab$

$x=+2,-2$ $\quad D=(-6)^2-4\cdot1\cdot(-16)=36+64=\sqrt{100}>0$, 2 корн.

$x=\frac{-b\pm D}{2a}$

$x_1=\frac{6+10}{2}=8$

$x_2=\frac{6-10}{2}=-2$

Ответ: -2

11) $(x^2-4)^2+(x^2-6x-16)^2=0$

$x^2-4=0$ $\quad x^2-6x-16=0$

$x^2=4$ $\quad D=36+64=100$

$x=\pm2$ $\quad x_1=\frac{16}{2}=8$

$x_2=\frac{-4}{2}=-2$

$x=-2$

$(4-4)^2+(4+12-16)^2=0$

$(0)^2+(0)^2=0$

$0=0$

$x=2$

$(4-4)^2+(4-12-16)^2=0$

$(0)^2+(-24)^2\neq0$

$x=8$

$(64-4)^2+(64-48-16)^2=0$

$(60)^2+(64)^2\neq0$ Ошибка при проверке.

ОТВЕТ: -2

Задачи с развернутым ответом

Задание №20 *Решите систему уравнений*

12)

$$\begin{cases} 2x^2 + y = 9 \\ 3x^2 - y = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 9 - 2x^2 \\ 3x^2 - y = 11 \end{cases}$$

$3x^2 - (9 - 2x^2) = 11$

$3x^2 - 9 + 2x^2 = 11$

$3x^2 + 2x^2 = 11 + 9$

$5x^2 = 20$

$x^2 = \frac{20}{5}$

$x_1 = -4$

$x_2 = 4$

$y_1 = 9 - 2 \cdot (-4)^2 = 9 - 2 \cdot 16 = 9 - 32 = -23$

$y_2 = 9 - 2 \cdot 4^2 = 9 - 2 \cdot 16 = 9 - 32 = -23$

Ответ: $(-4; -23); (4; -23)$

13)

$$\begin{cases} 2x^2 + y = 9 \\ 3x^2 - y = 11 \end{cases}$$

$5x^2 = 20$

$x^2 = 4$

$x = \sqrt{4}$

$x_1 = -4$

$x_2 = 4$

$2 \cdot 4^2 + y = 9$

$2 \cdot 16 + y = 9$

$y = 9 - 32$

$y = -23$

$2 \cdot (-4)^2 + y = 9$

$2 \cdot 16 + y = 9$

$32 + y = 9$

$y = 9 - 32$

$y = -23$

Ответ: $-23; -4; 4$.

Ответ: $(2; 1); (-2; 1)$.

Задачи с развернутым ответом

Задание №20 *Решите систему уравнений*

14)

$$+\begin{cases} 2x^2 + y = 9 \\ 3x^2 - y = 11 \end{cases}$$

$5x^2 = 20$

$x^2 = 20 : 5$

$x^2 = 4$

$x = 2$

$2x^2 + y = 9$

$2 \cdot 2^2 + y = 9$

$8 + y = 9$

$y = 9 - 8$

$y = 1$

Ответ: $x = 2$; $y = 1$.

15)

$\begin{cases} 2x^2 + y = 9 \\ 3x^2 - y = 11 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x^2 + y = 9 \\ 3x^2 - 11 = y \end{cases}$ $\begin{cases} y = 3x^2 - 11 \\ 2x^2 + 3x^2 - 11 = 9 \end{cases}$

$2x^2 + 3x^2 - 11 - 9 = 0$

$5x^2 - 20 = 0$

$5x^2 = 20$

$x^2 = \frac{20}{5} = 4$

$x_1 = 2$

$x_2 = -2$

$\begin{cases} y_1 = 3 \cdot 4 - 11 = 1 \\ x_1 = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} y_2 = 9 - 2 \cdot 4 = 1 \\ x_2 = -2 \end{cases}$

Ответ: ~~(1;2)~~ (1;2)(1;-2)

Перепутаны переменные в ответе

Ответ: $(2;1)$; $(-2;1)$.

Задачи с развернутым ответом

Задание №20 *Решите систему уравнений*

16)

$\begin{cases} 2x^2+y=9 \\ 3x^2-y=11 \end{cases}$ $\begin{cases} y=9-2x^2 \\ 3x^2-y=11 \end{cases}$

$3x^2-9+2x^2=11$

$5x^2=20$

$x^2=4$

$x=\pm 2$

$y=9-2(2^2)$ или $y=9-2(-2^2)$

$y=9-8$

$y=1$

$y=9-8$

$y=1$

Не сформированы пары, ответ отсутствует

17)

$\begin{cases} y=14-6x^2 \\ 12x^2-14+6x^2=4 \end{cases}$

$\begin{cases} y=14-6x^2 \\ 12x^2+6x^2=4+14 \end{cases}$

$\begin{cases} y=14-6x^2 \\ 18x^2=18 \quad /:18 \end{cases}$

$\begin{cases} y=14-6x^2 \\ x^2=\sqrt{1} \end{cases}$

$\begin{cases} y=14-6x^2 \\ x=\pm 1 \end{cases}$

$y=14-6\cdot(\pm 1)^2$

$y=8$

Ответ: $x=\pm 1;\ y=8$

18)

$x=1$ или $x=-1$

$\begin{cases} x=1 \\ 12\cdot(1)^2-y=4 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-1 \\ 12\cdot(-1)^2-y=4 \end{cases}$

$\begin{cases} x=1 \\ 12-y=4 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-1 \\ 12-y=4 \end{cases}$

$\begin{cases} x=1 \\ -y=4-12 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-1 \\ -y=4-12 \end{cases}$

$\begin{cases} x=1 \\ -y=-8 \quad 1\cdot(-1) \end{cases}$ $\begin{cases} x=-1 \\ -y=-8 \end{cases}$

$\begin{cases} x=1 \\ y=8 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-1 \\ y=8 \end{cases}$

Ответ. $x_1=1$, $x_2=-1$, $y=8$

Задачи с развернутым ответом

Задание №21
Диагностика (март 2026 г.)
Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 60 км. На следующий день он отправился обратно в А, увеличив скорость на 10 км/ч. По пути он сделал остановку на 3 часа, в результате чего затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из В в А.
Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 132 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 5 км/ч, стоянка длится 21 час, а в пункт отправления теплоход возвращается через 32 часа после отплытия из него.
Баржа прошла по течению реки 88 км и, повернув обратно, прошла ещё 72 км, затратив на весь путь 10 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

Задачи с развернутым ответом

Критерии оценивания задания №21

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	2
Верно составлена математическая модель задачи (в алгебраической или иной форме), однако решение до конца не доведено или содержит ошибки ИЛИ Решение в целом верное, но содержит несущественные недостатки или вычислительные ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Задачи с развернутым ответом

Задание №21

Баржа прошла по течению реки 48 км и, повернув обратно, прошла ещё 42 км, затратив на весь путь 5 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

1)

Пусть x км/ч – собственная скорость баржи.

Тогда $(x+5)$ км/ч – скорость баржи по течению реки,

$(x-5)$ км/ч – скорость против течения.

По условию задачи на весь путь баржа затратила 5 часов.

Составим и решим уравнение:

$$\frac{48}{x+5} + \frac{42}{x-5} = 5.$$

Общ. знам.: $(x+5)(x-5) \neq 0$.

$$\frac{48}{x+5} \cdot (x+5)(x-5) + \frac{42}{x-5} \cdot (x+5)(x-5) = 5(x+5)(x-5)$$

$$48(x-5) + 42(x+5) = 5(x^2-25)$$

$$48x - 240 + 42x + 210 = 5x^2 - 125$$

$$48x - 240 + 42x + 210 = 5x^2 - 125$$

$$-5x^2 + 90x + 95 = 0 \quad / : (-5)$$

$$x^2 - 18x - 19 = 0.$$

$$D = (-18)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-19) = 324 + 76 = 400$$

$$x_1 = \frac{18+20}{2} \qquad x_2 = \frac{18-20}{2}$$

$$x_1 = \frac{40}{2} \qquad x_2 = \frac{-2}{2} \qquad x_2 = -1,$$

$x_1 = 20$ не удовлетворяет условию

Ответ: 20 км/ч – собственная скорость баржи.

Задачи с развернутым ответом

Задание №21

Баржа прошла по течению реки 48 км и, повернув обратно, прошла ещё 42 км, затратив на весь путь 5 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

2)

	S км	v км/ч	t ч	
По течению	48	$x+5$	$\frac{48}{x+5}$	} 5 ч
Против течения	42	$x-5$	$\frac{42}{x-5}$	

Пусть собственная скорость баржи – x, тогда скорость баржи по течению – $x+5$, а против течения – $x-5$

$\frac{48}{x+5}+\frac{42}{x-5}=5 \quad | \times (x+5)(x-5)$

$48(x-5)+42(x+5)=5(x+5)(x-5)$

$48x-240+42x+210-5x-25-5x+25=0$

$80x-30=0 \quad | :2$

$40x-15=0$

$40x=15$

$x=0{,}375$ км/ч – собственная скорость баржи

Задачи с развернутым ответом

Задание №21

Баржа прошла по течению реки 48 км и, повернув обратно, прошла ещё 42 км, затратив на весь путь 5 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

3) $\sqrt{21}$

	v км/ч	t ч	S км
По теч	$x+5$ км/ч	$\frac{48}{x+5}$ ч	48 км
Пр теч	$x-5$ км/ч	$\frac{42}{x-5}$ ч	42 км

$$\frac{48}{x+5}\ ^{|x-5} + \frac{42}{x-5}\ ^{|x+5} = 5\ ^{|x^2-25}$$

v теч реки = 5 км/ч

v соб – ?

$48x - 240 + 42x + 210 - 5x^2 + 125 = 0$

$-5x^2 + 90x + 95 = 0 \ |:(-5)$

$x^2 - 18x + 19 = 0$

$D = b^2 - 4ac = 324 + 76 = 400 = \sqrt{20}$

$x_1 = \frac{18+20}{2} = \frac{38}{2} = 19$

$x_2 = \frac{18-20}{2} = \frac{-2}{2} = -1$ – не подходит

Ответ: 19 км/ч

Задачи с развернутым ответом

Задание №21

Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 224 км. На следующий день он отправился обратно в А, увеличив скорость на 2 км/ч. По пути он сделал остановку на 2 часа, в результате чего затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из В в А.

4)

21. $v = \frac{S}{t}$

$t = \frac{S}{v}$

	S, км	v, км/ч	t, ч
A → B	224	v	$\frac{224}{v}$
B → A	224	$v+2$	$\frac{224}{v+2}$

Составим уравнение через время.

$\frac{224}{v+2} - \frac{224}{v} = 2$

$\frac{224}{v+2} \cdot v - \frac{224}{v} \cdot (v+2) - \frac{2}{1} \cdot v(v+2) = 0$

$\frac{224v}{v(v+2)} - \frac{224 \cdot (v+2)}{v(v+2)} - \frac{2v(v+2)}{v(v+2)} = 0$

$\frac{224v - 224 \cdot (v+2) - 2v(v+2)}{v(v+2)} = 0 \quad | \cdot v(v+2)$

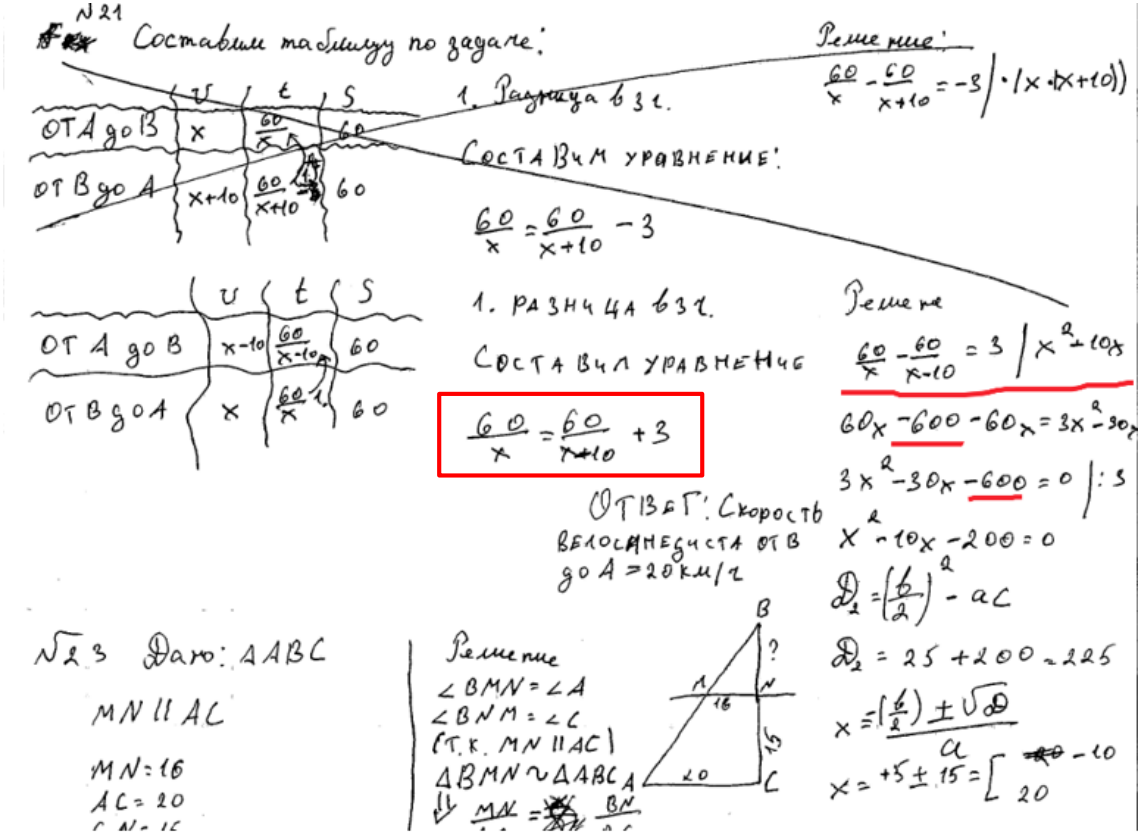
Неверно составлена математическая модель

Задачи с развернутым ответом

Задание №21

Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 60 км. На следующий день он отправился обратно в А, увеличив скорость на 10 км/ч. По пути он сделал остановку на 3 часа, в результате чего затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из В в А.

5)



1)Неверно составлена математическая модель.
2)Неверный перенос слагаемого.

Итог: верный ответ!

Задачи с развернутым ответом

Задание №21 Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 60 км. На следующий день он отправился обратно в А, увеличив скорость на 10 км/ч. По пути он сделал остановку на 3 часа, в результате чего затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из В в А.

6)

$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+10} = 3$

$\frac{60(x+10)}{x} - \frac{60x}{x+10} - \frac{3x(x+10)}{1} = 0$

$\frac{60(x+10) - 60x - 3x(x+10)}{x(x+10)} = 0$

$\frac{60x + 600 - 60x - 3x^2 - 30x}{x(x+10)} = 0$

$-3x^2 - 30x + 600 = 0 \quad |:(-3)$

$x^2 + 10x - 200 = 0$

$D = b^2 - 4ac = 10^2 - 4 \cdot (-200) = 100 + 800 = 900 = 30^2$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-10 \pm 30}{2}$

$x_1 = \frac{20}{2} = 10; \quad x_2 = -\frac{40}{2} = -20$ ← не подходит, т.к. v не может быть отрицательной

Ответ: 10

Решение.

Пусть скорость велосипедиста на пути из А в В равна v км/ч, тогда на пути обратно его скорость $v+10$ км/ч. Получаем уравнение:

$$\frac{60}{v} = \frac{60}{v+10} + 3;$$

$$60v + 600 = 60v + 3v^2 + 30v;$$

$$v^2 + 10v - 200 = 0,$$

откуда $v = 10$. Значит, скорость велосипедиста на пути из В в А равна 20 км/ч.

Ответ: 20 км/ч.

Задачи с развернутым ответом

Задание №22

Диагностика (март 2026 г.)

Постройте график функции

$$y=\frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{4}-\frac{4}{x}\right|+\frac{x}{4}+\frac{4}{x}\right).$$

Определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Постройте график функции

$$y=\begin{cases} x^2-2x+4 & \text{при} \quad x\geq -1, \\ -\dfrac{9}{x} & \text{при} \quad x<-1. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Постройте график функции

$$y=\frac{2|x|-1}{|x|-2x^2}.$$

Определите, при каких значениях k прямая $y=kx$ не имеет с графиком общих точек.

Задачи с развернутым ответом

Критерии оценивания задания №22

Содержание критерия	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра	2
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Задачи с развернутым ответом

Задание №22

Постройте график функции

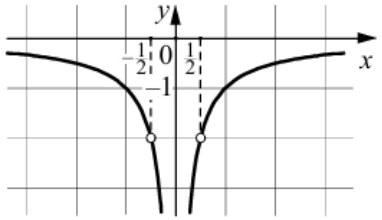
$$y=\frac{2|x|-1}{|x|-2x^2}.$$

Определите, при каких значениях k прямая $y=kx$ не имеет с графиком общих точек.

Решение.

Преобразуем выражение: $\frac{2|x|-1}{|x|-2x^2}=\frac{2|x|-1}{|x|\cdot(1-2|x|)}=-\frac{1}{|x|}$ при условии, что $x\neq\frac{1}{2}$ и $x\neq-\frac{1}{2}$.

Построим график.



Прямая $y=kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки, если она совпадает с осью Ox или если она проходит через точку $\left(-\frac{1}{2};-2\right)$ или через точку $\left(\frac{1}{2};-2\right)$. Получаем, что $k=-4$, $k=0$ или $k=4$.

Ответ: $k=-4;\ k=0;\ k=4$.

1)

x	-1	1	2	4	-2	-4
y	1	-1	-1/2	-1/4	1/2	1/4

График имеет вид гиперболы, находится в II и IV четвертях. Ограничена слева, т.е. $(-\infty;0)$

x	-1	1	2	-2	-4	4
y	-1	1	1/2	-1/2	-1/4	1/4

График имеет вид гиперболы, в I и III четвертях, ограничена снизу, от $(0;+\infty)$

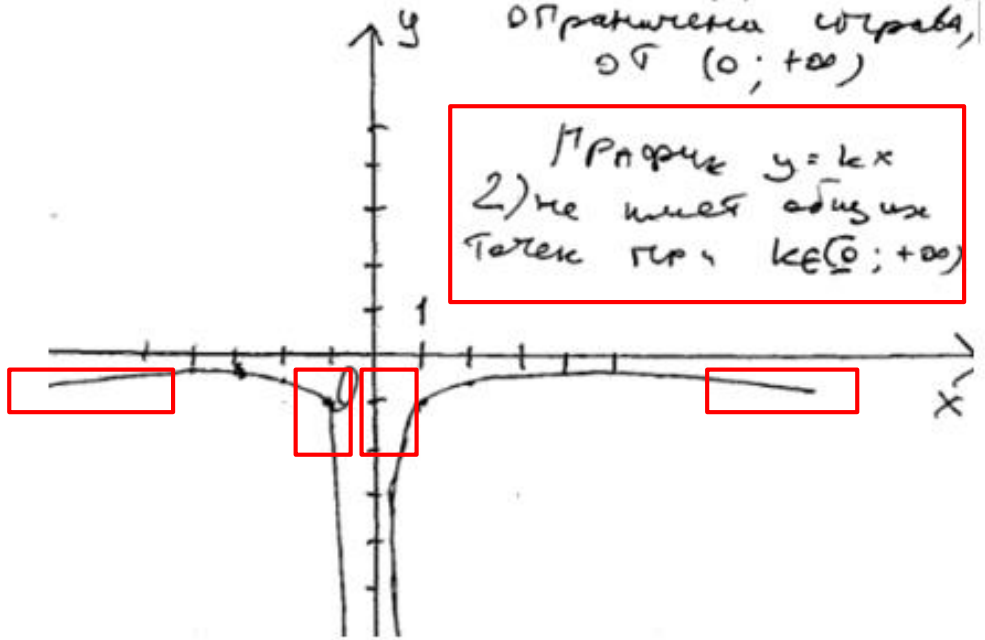


График $y=kx$ 2) не имеет общих точек при $k\in(0;+\infty)$

Задачи с развернутым ответом

Задание №22

Постройте график функции

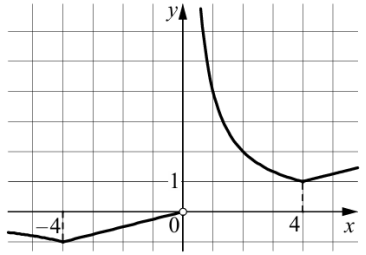
$$y=\frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{4}-\frac{4}{x}\right|+\frac{x}{4}+\frac{4}{x}\right).$$

Определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Значение выражения $\frac{x}{4}-\frac{4}{x}$ неотрицательно при $-4\le x<0$ и $x\ge 4$, а при $x<-4$ и $0<x<4$ значение этого выражения отрицательно.

Построим график функции $y=\frac{x}{4}$ при $-4\le x<0$ и $x\ge 4$ и график функции $y=\frac{4}{x}$ при $x<-4$ и $0<x<4$.



Прямая $y=m$ имеет с графиком ровно одну общую точку при $m=1$ или $m=-1$.

Ответ: $m=1$; $m=-1$.

2)

График должен читаться однозначно

Задачи с развернутым ответом

Задание №22

Постройте график функции

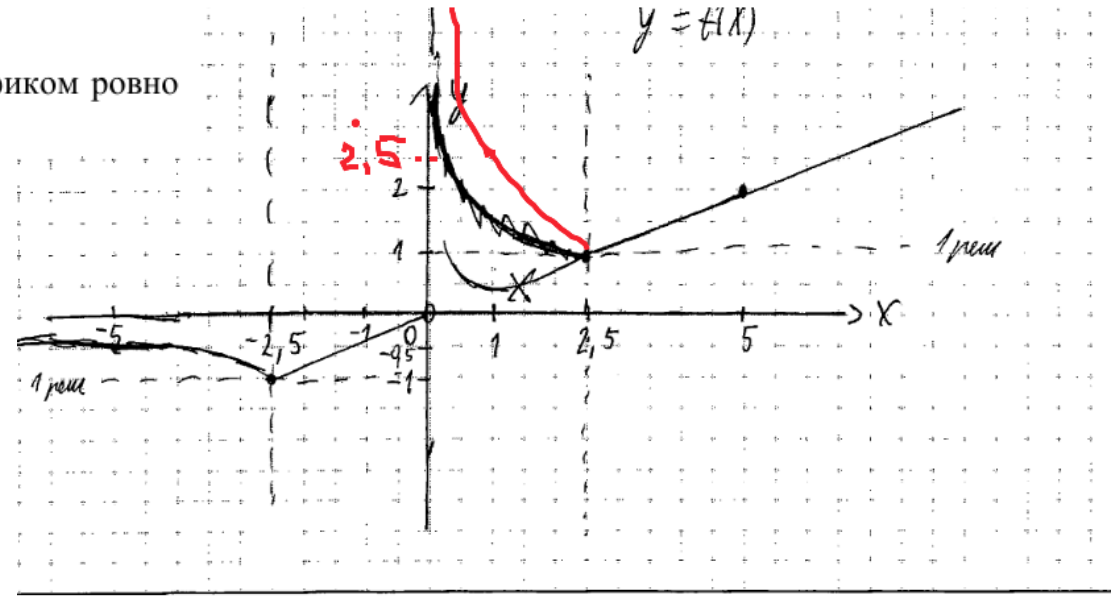
$$y=\frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{2,5}-\frac{2,5}{x}\right|+\frac{x}{2,5}+\frac{2,5}{x}\right).$$

Определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Ключевые точки должны быть найдены верно!

Для нахождения значений параметра проведены необходимые прямые (y=m) или найден параметр через координаты (y=kx)!

3)



$y=m$ – ур-ние фо-ции, графиком яв-ся прямая $\parallel$ оси OX

$$\Rightarrow \begin{cases} m=-1 \\ m=1 \end{cases} \Rightarrow m \in \{-1;\ 1\}$$

Задачи с развернутым ответом

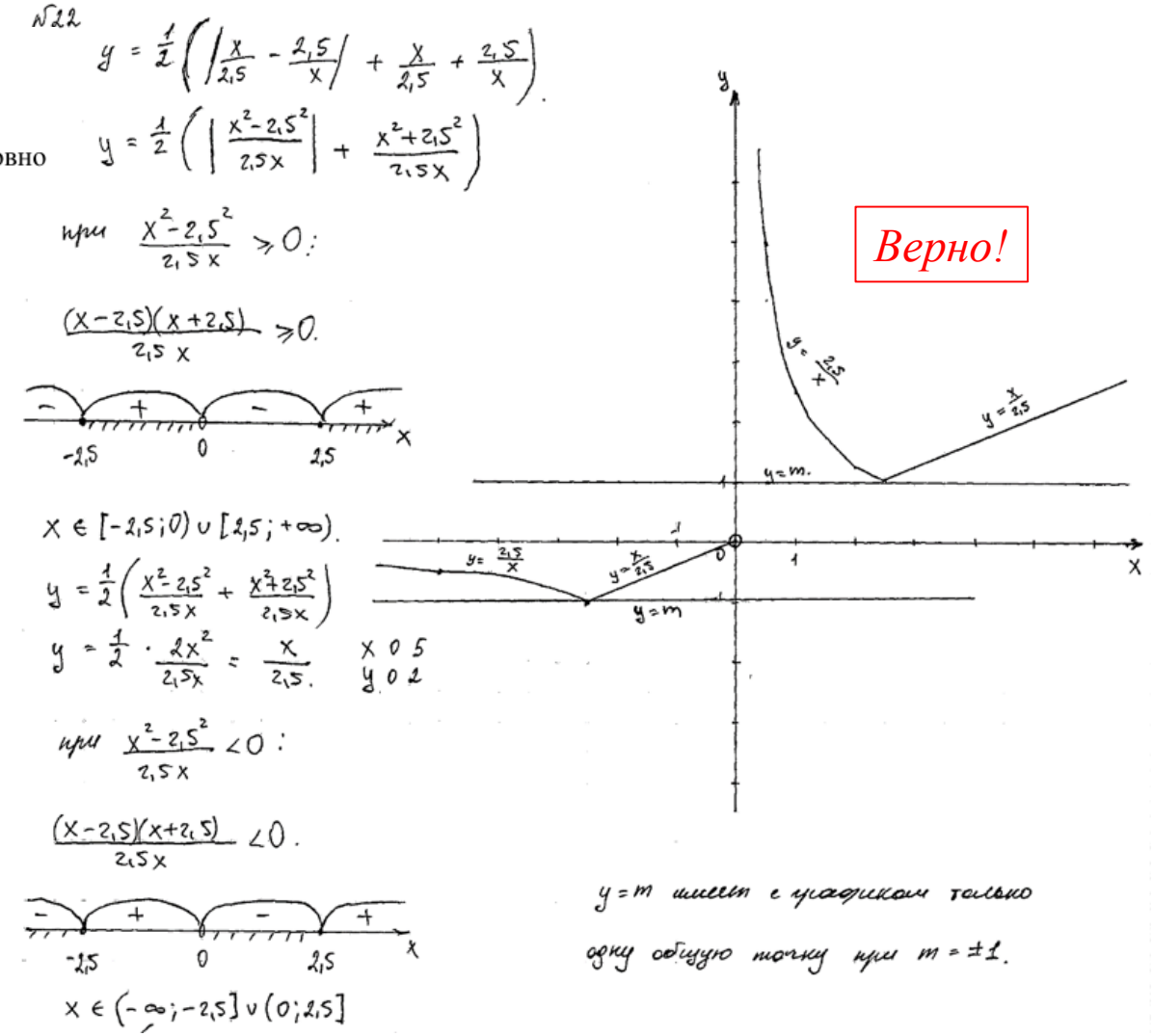
Задание №22

Постройте график функции

$$y=\frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{2,5}-\frac{2,5}{x}\right|+\frac{x}{2,5}+\frac{2,5}{x}\right).$$

Определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

4)



Ключевые точки должны быть найдены верно!

Для нахождения значений параметра проведены необходимые прямые (y=m) или найден параметр через координаты (y=kx)!

Задачи с развернутым ответом

Задание №22

Постройте график функции

$$y=\begin{cases} x^2-2x+4 & \text{при} \quad x\geq -1, \\ -\dfrac{9}{x} & \text{при} \quad x<-1. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

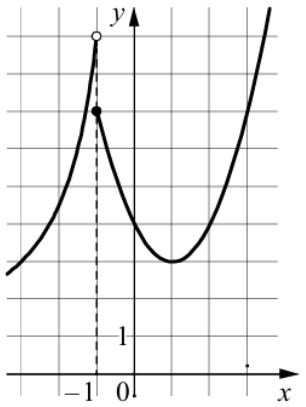
Ответ: $0<m<3; m\geq 9$.

Решение.

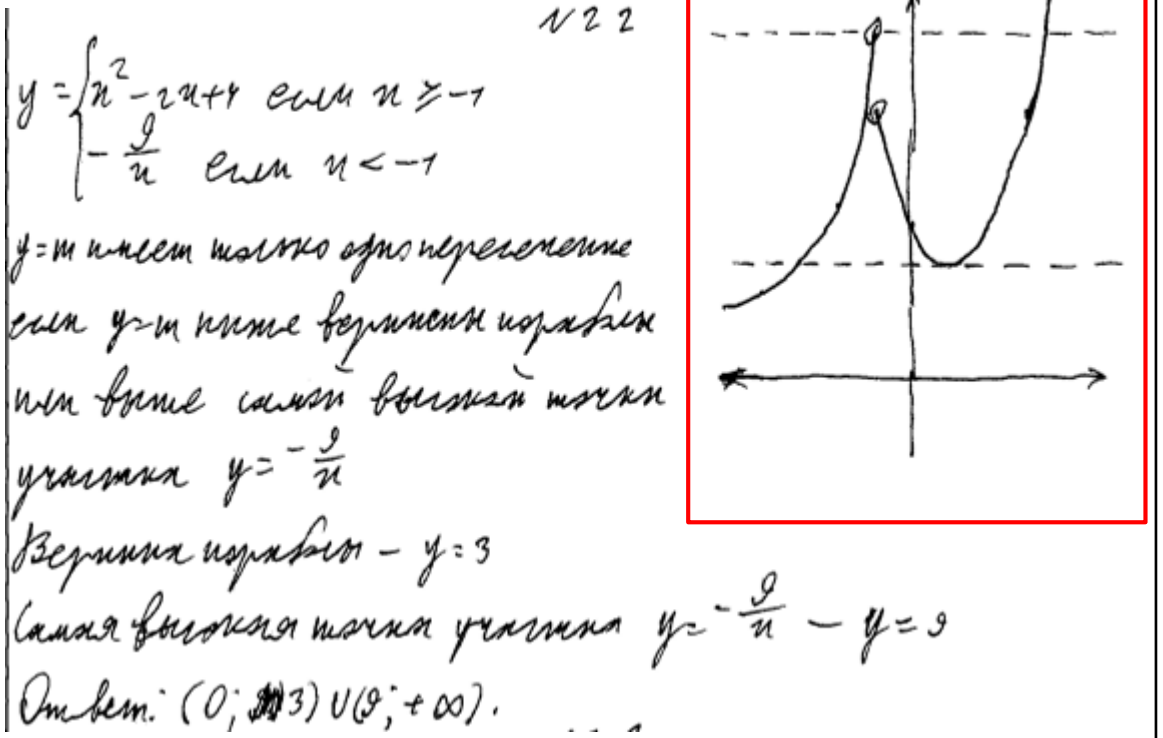
Построим график функции $y=-\dfrac{9}{x}$ при $x<-1$ и график функции $y=x^2-2x+4$ при $x\geq -1$.

Прямая $y=m$ имеет с графиком ровно одну общую точку при $0<m<3$ и при $m\geq 9$.

Ответ: $0<m<3$; $m\geq 9$.



5)



Задачи с развернутым ответом

Задание №23
Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN, если $MN=16$, $AC=20$, $NC=15$.
Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны 20 и 52. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.
Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно $45°$ и $150°$, а $CD=26$.

Задачи с развернутым ответом

Критерии оценивания задания №23

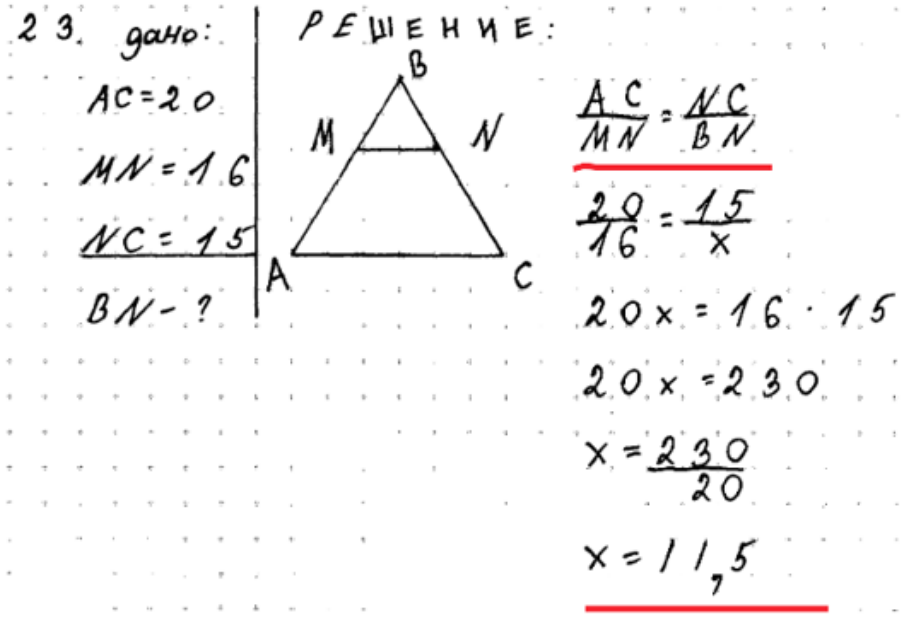
Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Решение в целом верное, но содержит несущественные недостатки или вычислительные ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Задачи с развернутым ответом

Задание №23

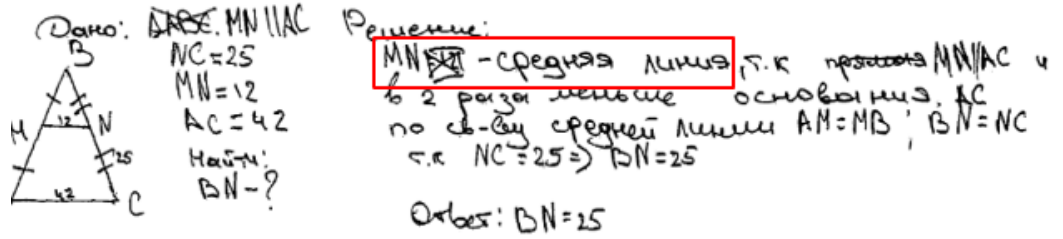
1)

Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN, если $MN=16$, $AC=20$, $NC=15$.



2)

Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN, если $MN=12$, $AC=42$, $NC=25$.

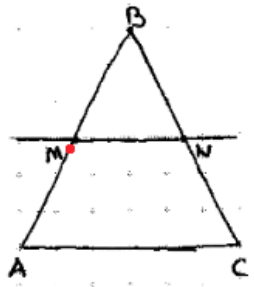


Решена другая задача

Задачи с развернутым ответом

Задание №23 Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN, если $MN=12$, $AC=42$, $NC=25$.

3)



Решение:
доказали подобие треугольников

В треугольнике ABC и △MBN

∠B - общ.
∠A = ∠M (соотв.) ⇒
AC ∥ MN
△ABC ∼ △MBN

$\frac{AC}{MN} = \frac{BC}{BN}$ BC = 25 - BN

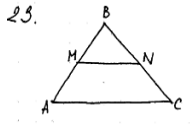
$\frac{42}{12} = \frac{25-BN}{BN}$

42 BN = 12 (25 - BN)
42 BN = 300 - 12 BN
30 BN = 300
BN = 10

Ответ: 10

Дано:
MN ∥ AC
△ABC
MN = 12
AC = 42
NC = 25
BN - ?

4)



Дано: MN ∥ AC, MN = 12 см, AC = 42 см
NC = 25 см
Найти: BN

Решение:

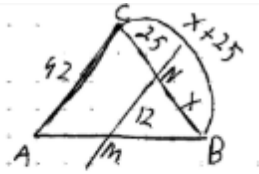
△ABC подобен △MBN ?

$\frac{AC}{MN} = \frac{BC}{BN}$, $\frac{42}{12} = \frac{25+x}{x}$

BC = 25 + x, BN = x

(25 + x) 12 = 42x
300 + 12x = 42x
-30x = -300
x = 10

5)



Пропорция записана сразу, без подобия треугольников, 0 баллов

$\frac{AC}{MN} = \frac{BC}{NB}$ $\frac{42}{12} = \frac{x+25}{x}$

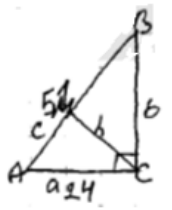
42x = 12 (x + 25)
42x = 12x + 300
42x - 12x = 300
30x = 300
$x = \frac{300}{30} = 10$

Ответ: BN = 10

Задачи с развернутым ответом

Задание №23

6)



Пусть $MC=h$ – высота, найдем ее через площадь треугольника:

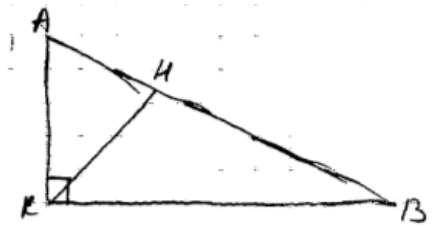
$S_{\Delta}=\frac{1}{2}ab=cb$. Чтобы найти h, составим пропорцию

$\frac{a}{b}=\frac{c}{h}$

$\frac{24}{45}=\frac{51}{h}$ $\quad \frac{24}{h}=\frac{51}{45}$

$h=\frac{24\cdot 45}{51}=\frac{1080}{51}=\frac{360}{17}\approx 21,8$ Ответ: $h=21,8$

7) Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны 24 и 51. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.



№223

Дано:
AC = 24
AB = 51
ΔABC – прямоуг.

Решение:

$BC^2=AB^2-AC^2=2601-576=2025$ $\Rightarrow BC=\sqrt{2025}=45$

$S_{ABC}=\frac{AB\cdot CH}{2}$; $S_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot AC\cdot CB$.

$\frac{1}{2}\cdot 51\cdot CH=\frac{1}{2}\cdot 24\cdot 45$

$S_{ABC}=\frac{1080}{2}=540$. $\Rightarrow S_{ABC}=\frac{540}{24}=22,5$

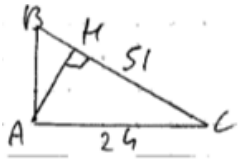
Ответ: 22,5

Решена другая задача

Задачи с развернутым ответом

Задание №23

8) Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны 24 и 51. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.



Дано:
ABC - прямоугол. треугол.
AC, AB - катеты
BC - гипотенуза AH - высота

$\angle A = 90^\circ$
$AC = 24$
$BC = 51$

Найти:
$AH - ?$

Решение:

По теореме Пифагора: $BC^2 = AC^2 + AB^2 \Rightarrow AB^2 = BC^2 - AC^2$

$AB = \sqrt{BC^2 - AC^2}$ $AB = \sqrt{51^2 - 24^2} = \sqrt{2601 - 576} = \sqrt{2025} = 45$ или -45 (не удовлет.

$S_\Delta = \frac{AB \cdot AC}{2}$

$S = \frac{24 \cdot 45}{2} = 540$

$S_\Delta = \frac{ah}{2} = \frac{BC \cdot AH}{2} \Rightarrow AH = \frac{2S}{BC}$

$AH = \frac{540 \cdot 2}{51} \approx 21{,}2$

Ответ: 21,2

9)

$S = \frac{ah}{2} \Rightarrow \frac{51 \cdot h}{2} = 540$

$h = 540 : 25{,}5$

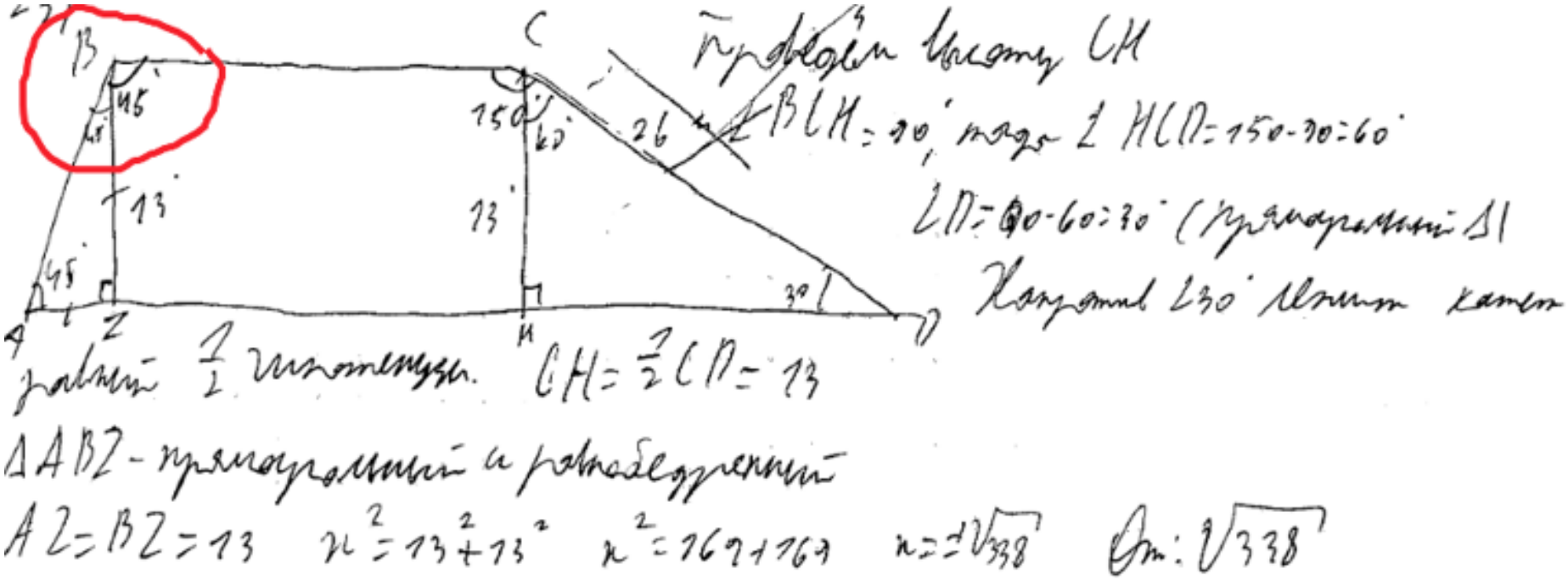
$h = \frac{540}{25{,}5}$

Ответ: $h = \frac{540}{25{,}5}$

Задачи с развернутым ответом

Задание №23 Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно $45°$ и $150°$, а $CD = 26$.

10)



Проведем высоту CH

∠BCH = 90, тогда ∠HCD = 150 - 90 = 60

∠D = 90 - 60 = 30 (прямоугольный Δ)

Катет ∠30 равен половине катета

равный $\frac{1}{2}$ гипотенузы. $CH = \frac{1}{2}CD = 13$

ΔABZ - прямоугольный и равнобедренный

$AZ = BZ = 13$ $x^2 = 13^2 + 13^2$ $x^2 = 169 + 169$ $x = \sqrt{338}$ Ответ: $\sqrt{338}$

Задачи с развернутым ответом

Задание №24
На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку K. Докажите, что сумма площадей треугольников BKC и AKD равна половине площади трапеции.
В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы DAC и DBC равны. Докажите, что углы CDB и CAB также равны.
Окружности с центрами в точках P и Q пересекаются в точках K и L, причём точки P и Q лежат по одну сторону от прямой KL. Докажите, что прямые PQ и KL перпендикулярны.

Задачи с развернутым ответом

Критерии оценивания задания №24

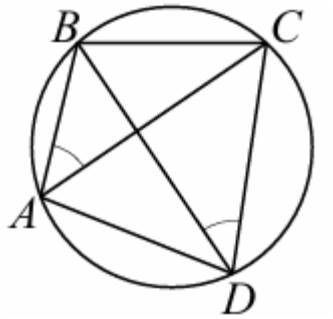
Содержание критерия	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	2
Доказательство в целом верное, но содержит несущественные недостатки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Задачи с развернутым ответом

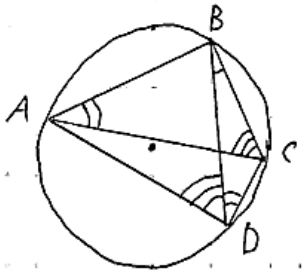
Задание №24

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы CDB и CAB равны. Докажите, что углы BCA и BDA также равны.

Доказательство.
Поскольку четырёхугольник $ABCD$ выпуклый и $\angle CDB = \angle CAB$, около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность. Значит, $\angle BCA = \angle BDA$ как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу AB.



1) № 24



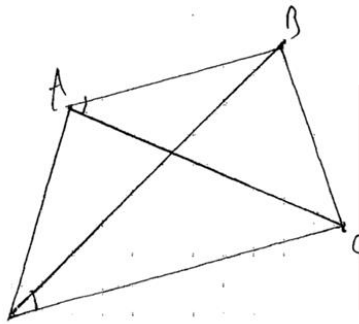
Дано:
ABCD - выпуклый четырёхуг
∠CDB и ∠CAB равны.
Доказать: ∠BCA = ∠BDA

Док-во:
Опишем окружность вокруг четырёхугольника
∠BCA и ∠BDA - опираются на одну дугу
а если 2 угла опираются на одну дугу
выпук. четырёхуг. то такие углы равны
Ч.Т.Д.

Задачи с развернутым ответом

Задание №24 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы CDB и CAB равны. Докажите, что углы BCA и BDA также равны.

2)



∠CDB = ∠CAB | Д-ть: ∠BCA = ∠BDA

так как углы CDB и CAB равны и они опираются на одну сторону BC, значит около четырехугольника можно описать окружность.

D ∠BCA = ∠BDA так как они опираются на одну дугу AB в окружности описанной около ABCD

3)

Дано.

∠CDB = ∠CAB

Д-ть:

∠BCA = ∠BDA

Доказательство:

∠CDB = ∠CAB

⇓

они опираются на дугу BC

⇓

около 4-ка можно опис-ть окр-ть

т.к ∠BCA и ∠BDA опираются на дугу AB

⇓

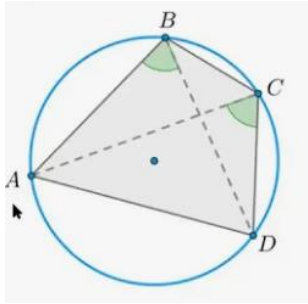
∠BCA = ∠BDA что и

Теорема 8.5 (свойства и признаки вписанного четырёхугольника).

Для того чтобы четырёхугольник ABCD был вписанным, необходимо и достаточно выполнения любого из следующих условий:

а) ***ABCD — выпуклый четырёхугольник и*** $\angle ABD = \angle ACD$;

б) ***сумма двух противоположных углов четырёхугольника равна*** $180°$.

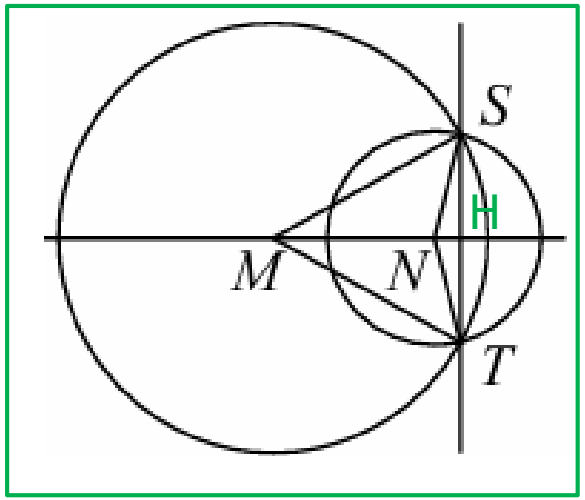


Задачи с развернутым ответом

Задание №24 Окружности с центрами в точках M и N пересекаются в точках S и T, причём точки M и N лежат по одну сторону от прямой ST. Докажите, что прямые MN и ST перпендикулярны.

Доказательство.

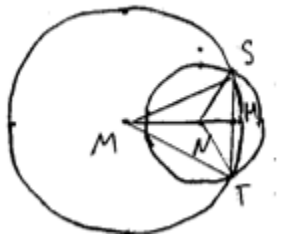
Точка M равноудалена от точек S и T, поэтому она лежит на серединном перпендикуляре к отрезку ST. Аналогично точка N лежит на серединном перпендикуляре к отрезку ST. Значит, прямая, содержащая точки M и N, является серединным перпендикуляром к отрезку ST. Следовательно, прямые MN и ST перпендикулярны.

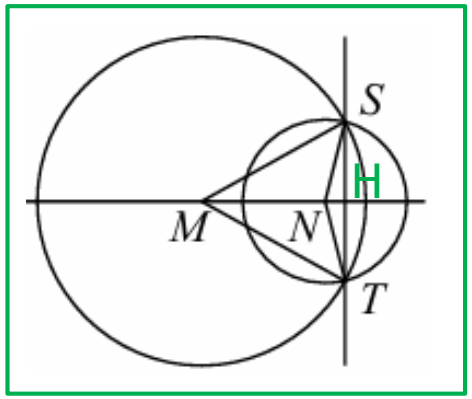


Задачи с развернутым ответом

Задание №24 Окружности с центрами в точках M и N пересекаются в точках S и T, причём точки M и N лежат по одну сторону от прямой ST. Докажите, что прямые MN и ST перпендикулярны.

3)





Дано:
Окр. M и N.
S и T – точки пересеч.

Доказать:
$ST \perp MN$.

~~Построим~~ Построим $\triangle STN$ и $\triangle STM$.

Рассмотрим $\triangle STN$:
Т.к. т. S и T лежат на окр, а N – центр. $\Rightarrow$ NS и NT – радиусы, а они равны $\Rightarrow$ $\triangle STN$ – р/б (равнобедр.), а значит высота NH – бисс, медиана.

Почему во втором случае высота также проведена в точку H ?

Рассмотрим $\triangle STM$:
Аналогично, S и T лежат на окр и M – центр $\Rightarrow$ MS и MT – радиусы $\Rightarrow$ $\triangle STM$ – р/б. и MH – высота

Медиана MH, а значит и высота

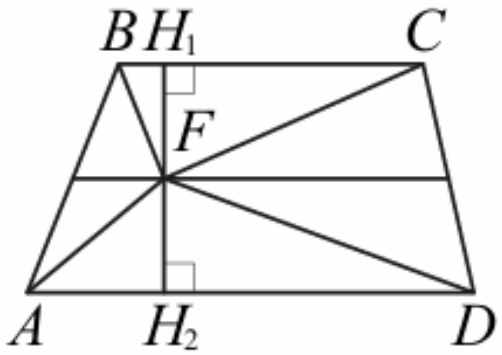
А значит, что т. N лежит на высоте MH, т.к. NH – высота тоже, а высота всегда под $\angle 90°$ $\Rightarrow$ перпендик. $\Rightarrow MN \perp ST$. т.к. ST. т. M и т. N лежат на одной высоте MH.

Задачи с развернутым ответом, вызвавшие затруднения

№24 На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку F. Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади трапеции.

Доказательство.

Проведём через точку F высоту H_1H_2 трапеции.



По теореме Фалеса средняя линия разделит высоту пополам.

Пусть $FH_1 = FH_2 = h$. Тогда сумма площадей треугольников BFC и AFD равна

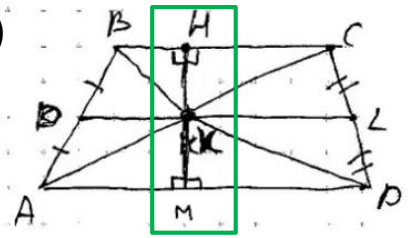
$$h \cdot \frac{BC}{2} + h \cdot \frac{AD}{2} = h \cdot \frac{BC + AD}{2}.$$

При этом площадь трапеции равна $2h \cdot \frac{BC + AD}{2}$, что как раз вдвое больше найденной суммы площадей треугольников.

Задачи с развернутым ответом

Задание №24 На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку F. Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади трапеции.

3)



Дано: $\square ABCD$ – трапеция, AD и BC – основания

K – произвольная точка на средней линии трапеции $ABCD$.

Доказать: $S_{\triangle BKC} + S_{\triangle AKD} = \frac{1}{2} S_{\square ABCD}$

Доказательство:

Проведём через точку K отрезок HM, где $H \in BC$; $M \in AD$,

$HM \perp AD$; $HM \perp BC$

Из т. K проведем перпендикуляр к AD и продолжим до пересечения с BC

LD – средняя линия трапеции $ABCD \Rightarrow LD \parallel AD \parallel BC \Rightarrow$

Говорим про среднюю линию трапеции, которая параллельна основаниям, из чего следует равенство высот треугольников

$\Rightarrow \frac{DB}{AD} = \frac{CL}{LD} = \frac{HK}{KM} = 1 \Rightarrow HK = KM = \frac{1}{2} HM$. Точка HM

Делаем ссылку на теорему Фалеса

Любая из задач части 2 экзаменационной работы может быть успешно решена, если заниматься математикой регулярно, при этом все задачи вам заранее известны, так как взяты из открытого банка заданий ФИПИ. Используйте предложенные рекомендации для достижения наилучшего результата на ОГЭ по математике.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!